


BIBLIOTECA VITT. EMANUELE
12
5 G
24

INVESTIGATIO MOMENTORUM QUIBUS GRAVIA TENDUNT DEORSUM.

Autore
JO. FRANCISCO VANNIO
E Societate JESU.

Ad Illuſtriſs. & Reverendiſs. D.

D. JOANNEM CIAMPINUM

Brevium Gratiæ Magiſtrum, & in utraque Signaturâ Referendarium.







ROMÆ, Typis Dom. Ant. Herculis. 1693.

Superiorum Facultate.

PRÆFATIO NUNCUPATORIA.



OMENTA Gravium dignissima sunt, in quibus explicandis, felicium ingeniorum desudet industria. Nam præterquamquòd continent leges multorum impulsuum ac descensuum naturalium, qui assiduè nobis ob oculos versantur, easque ab Eruditis passim ignorari non mediocre probrum est; Momentorum doctrinâ, veluti basi ac fundamento, nituntur tres præclaræ Scientiæ, videlicet Statica, Mechanica, & ea quæ contemplatur motum æquabiliter acceleratum, sine quibus, Mathematico esse nemini licet. Jam si veteres Autores consulantur, mirum videbitur, de Mo-



mentis Gravium ſiluiſſe omnes, præter Pappum Alexandrinum, Libro VIII. propoſ. 9. quam licet bonâ fide admiſerit Guido Ubaldus de Monte, in Mechan. propoſ. 2. de Cochleâ, eandem tamen deducit ad abſurdum P. Nicolaus Cabeus Lib. IV. Philoſophiæ Magneticæ cap. 20. Quum enim, ad impediendum deſcenſum gravis per planum parvæ declivitatis, ſufficiat potentia multò minor toto ipſo pondere; ad elevationem verò ponderis per planum parvæ acclivitatis, requiratur potentia tantillo major eâ quæ ſufficeret ad impediendum deſcenſum; Pappus ad impediendum deſcenſum adhibet potentiam longè majorem toto pondere.

Ipſum quoque aſſumptum Pappi reprehenditur a Galileo *in tractatu de ſcientiâ Mechanicâ. Quia pondus non facit ullam reſiſtentiam ne moveatur per planum horizontale; facit aliquam reſiſtentiam ne elevetur per planum acclive; maximam verò ac totalem re-*

ſiſten-

ſiſtentiam facit ne elevetur perpendiculariter. Itaq; indagare oportet proportionem, non inter primam reſiſtentiam, quæ nulla eſt, & ſecundam, ut facit Pappus; ſed inter ſecundam reſiſtentiam ac tertiam.

Hanc proportionem, eodem ferè tempore, ſuperiori ſæculo, Hieronymus Cardanus Libro de Proportionibus propoſ. 72. metitus fuit angulis, quos tum plana declivia tum planum verticale faciunt cum plano horizontali. Ex oppoſito, longitudinibus tum perpendiculorum demiſſorum ex planis declivibus, tum planorum ipſorum metiri eam voluit Nicolaus Tartalea, Libro VIII. Quæſtionum & Inventionum diverſarum propoſ. 15. cui adhæſere, Simon Stevinus Libro I. Staticæ propoſ. 19. cum aliis multis, ac præcipuè Galileus Dialogo III. de Motu & Machinis: ejus tamen fundamenta, *utcumque* novis ratiociniis in poſthumâ editione Dialogorum fulta, non ſatis

firma *visa sunt Alexandro Marchetto in Fundamentis universæ scientiæ de motu uniformiter accelerato. Mihi ex adverso jam dudum persuasum est, fundamenta* Galilei *solida esse ac syncera. Ex iis tamen deduci, momenta gravium descendentium non esse nisi ut angulos. Ipsa fundamenta breviter inspiciamus.*

Docet Galileus Dial. II. vectem primi generis, qui sustineat duo pondera inæqualia & reciproca distantiarum a potentiâ ipsum vectem sustinente manere in æquilibrio, quia medietas aggregati duorum ponderum inæqualium est ad dexteram perpendiculi potentiæ, medietas ad sinistram. *Ad stabiliendum verò istud principium, quo continetur clavis problematis celeberrimi de æquilibrio vectis, fortasse ad hanc diem insoluti, adhibuimus duo theoremata geometrica, quæ universaliorem redderent doctrinam Archimedis propos. 6. & 7. Libri I. Æquiponder.*

Docet

Docet præterea Galileus Dial. III. Momenta globi descendentis super plano declivi, æquari gravitati quam sustinet potentia impediens descensum globi. *Eandemque potentiam applicat diametro globi parallelæ ad planum declive, quæ diameter a Mersenno in Phænomenis Mechanicis propos. 12. ex Galileo vocatur* linea directionis.

Hæc duo principia Galilei esse vera, ex iisque inferri, momenta esse ut angulos, contra quàm ipse censuit, non perfunctoriè ostendere conatur meus hic Liber, qui in Tuo nomine apparere gestit, JOANNES CIAMPINE Præsul Illustrissime. Gratulantur sibi liberales Facultates, quòd tam splendidum domicilium obtinuerint, non modò in Tuo Museo ac Bibliothecâ, & in singulis conclavibus ædium Tuarum, quæ jam pretiosa eruditæ Antiquitatis cimelia, & lectissimos libros non capiunt; sed quod præcipuum & rarissimum est,

in mente Tuâ. Quum autem ab ineunte ætate veterum Scriptorum monumenta sedulò evolvisses, ad Encyclopædiæ cursum absolvendum, recentium quoque Autorum doctrinam in Te derivare non es cunctatus. Atque ut eam minimo auri ac temporis impendio saltem delibare unusquisque posset; Ephemerides Literatorum Romæ primus omnium, plurium annorum spatio publici juris fecisti. Mox Præsulis dignitate, ac pluribus muneribus auctus, Academiam apud Collegium Urbanum de Propagandâ Fide, in qua de rebus Ecclesiasticis accuratissimè disseritur; alteramque in ædibus Tuis, quæ Physicomathematica nuncupatur, condidisti. Ac licet negotiis plurimis assiduè distinearis, ab Eruditissimis Libris conscribendis edendisque, nunquam cessas; quasi animi levamentum ac solatium, extra bonas Literas non invenires.

Quantum ceteræ Facultates Liberalitati ac Sapientiæ Tuæ debeant, per suos cul-

cultores disertè singulæ prædicabunt. Ego certè, ne merita in me Tua, oblivione deleri sinam, libens fateor ac prædico: ex quo in Academia Physicomathematica, novæ Momentorum Philosophiæ audientiam fecisti, vitali aura & spiritu ipsam frui cœpisse.

FRAN-

FRANCISCUS GUARINUS
SOCIETATIS JESU,
In Provincià Romanâ Præpositus Provincialis.

CUm librum cui titulus *Investigatio Momentorum quibus gravia tendunt deorsum.* à P. Jo. Francisco Vannio, nostræ Societatis Sacerdote conscriptum, aliquot ejusdem Soc. Theologi recognoverint, & in lucem edi posse probaverint; potestate nobis à P. Thyrso Gonzalez Præposito Generali ad id traditâ facultatem concedimus ut typis mandetur, si ita iis ad quos pertinet videbitur. Cujus rei gratia has literas manu nostra subscriptas, sigilloque nostro munitas dedimus. Romæ 15. Decembris 1692.

Franciscus Guarinus.

Imprimatur si videbitur Reverendiss. P. Mag. Sac. Pal. Apost.
Sperellus Episc. Interamnen. Vicesg.

JUbente Reverendiss. P. Fr. Thoma Maria Ferrari Sac. Pal. Apost. Mag. perlegi librum cui titulus *Investigatio Momentorum quibus gravia tendunt deorsum.* Autore Adm. Rev. P. Jo. Francisco Vannio S. J. & in eo nihil reperi Fidei Catholicæ dogmatibus contrarium: in quorum fidem hæc scribebam pridie eidus Aprileis 1693.
Ego Franciscus Blanchinus S. M. ad Martyres Can.

Imprimatur. Fr. Franciscus Maria Forlani Reverendiss. P. Fr. Thomæ Mariæ Ferrari Sac. Apost. Pal. Mag. Soc. Ord. Prædicatorum.

IN-

INVESTIGATIO MOMENTORUM QUIBUS GRAVIA TENDUNT DEORSUM.

SUPPOSITIONES.

1. GRAVIA quæ consideramus, habent plerumque figuram globorum, ac semper habent summam partium coherentiam, uniformitatem & soliditatem, cum summo lævore in totâ superficie. Similiter plana quæ tanguntur a globis, habent summam firmitatem & soliditatem, cum summo lævore in totâ superficie. Si autem globi aliave pondera sustineantur per fila, concipimus fila veluti lineas mathematicas, quæ habeant summam cohęrentiam suarum partium, & de se careant gravitate. Si globi aut alia pondera pendeant per fila ex lineis rigidis rectis vel curvis, consideramus tales lineas rigidas esse de se expertes gravitatis, & omninò infrangibiles & inflexibiles.

2. Descensus gravium quos consideramus fiunt per lineas rectas & sunt liberi, seu non habent ullum impedimentum, quo retardetur velocitas debita gravitati quæ causat singulos descensus.

3. Ve-

3. Velocitas globi liberè descendentis super plano declivi est minor velocitate quâ idem globus liberè descenderet perpendiculariter. Ac pressio quam sustinet planum declive a globo super se descendente, est minor pressione quam ab eodem globo quiescente sustineret planum horizontale. Si augeatur declivitas plani, augetur velocitas globi, ac minuitur pressio quam sustinet in ipso descensu planum declive. Si minuatur declivitas plani, minuitur velocitas globi, & augetur pressio quam sustinet in descensu planum declive.

4. Globus liberè descendens perpendiculariter, exercet impulsum ac momentum solius descensûs perpendicularis. Globus quiescens super plano horizontali exercet momentum solius pressionis quam sustinet ipsum planum horizontale. Globus verò descendens super plano declivi exercet duo momenta, unum descensûs, alterum pressionis quam sustinet in descensu ipsum planum.

5. Consideramus potentias quæ sustinent gravitatem globorum, applicari globis, filis aut lineis rigidis per meros contactus indivisibiles.

6. Arcus paralleli horizonti, seu arcus ex centro Mundi, ad sensum sunt lineæ rectæ. Ac perpendicula omnia uniuntur in centro Mundi, licet sint invicem ad sensum parallela.

DEFINITIONES.

1. Angulus inclinationis plani declivis est, quem planum declive facit cum plano verticali. Angulus inclinationis plani horizon-

talis

talis est quem planum horizontale facit cum plano verticali.

2. Angulus elevationis plani declivis est quem planum declive facit cum plano horizontali. Angulus elevationis plani verticalis est quem planum verticale facit cum plano horizontali.

3. Perpendiculum globi aut cuiusvis ponderis est linea recta imaginaria, transiens per centrum gravitatis globi, & perveniens ad centrum Mundi. Perpendiculum potentiæ est recta imaginaria transiens per punctum applicationis potentiæ, ac perveniens ad centrum Mundi. *Omnia hæc perpendicula sunt ad sensum invicem parallela per suppos. 6.*

4. Momentum totale globi descendentis est impetus quo globus liberè descendit perpendiculariter. Momentum globi descendentis super plano declivi, est impetus, quo globus incumbens plano declivi, liberè descendit super eodem plano. *Hoc momentum vocari potest partiale, quatenus est minus momento totali, quo idem globus exigit descendere perpendiculariter.*

5. Linea directionis est linea recta, quam in descensu naturali describit centrum gravitatis globi, adeoque respectu descensus perpendicularis, linea directionis in globo est diameter normalis horizonti; nam hæc incidit in perpendiculum globi. Si descensus globi super plano declivi sit naturalis, linea directionis est diameter globi parallela plano declivi.

6. Vectis primi generis est linea rigida horizonti parallela, per quam una potentia existens inter duo pondera, sustinet eadem pondera.

12. Vectis secundi generi est linea rigida horizonti parallela, per quam unum pondus existens inter duas potentias, ab eis sustinetur.

AXIOMATA.

1. IMpulsus æqualis illi quem efficit gravitas determinata, non differt staticè ab illâ eâdem gravitate. Ac proinde, ubi exercetur impulsus æqualis illi quem exercet gravitas determinata, ibi existit gravitas æqualis illi impulsui ac momento. Ubi autem non exercetur ullus impulsus proprius gravitatis, qui dici solet gravitatio, ibi non existit staticè ulla gravitas.

2. Si in quadrante ABC, radius AB sit planum horizontale, radius CB sit planum verticale, radius DB sit planum declive: planum DB respectu plani horizontalis AB est elevatum, respectu plani verticalis CB est inclinatum. Quia cum plano AB facit angulum elevationis DBA, cum plano CB facit angulum inclinationis DBC. Unus verò angulus est reciprocus alterius, & est ejus complementum ad angulum rectum ABC.



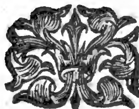
3. Partialis elevatio plani DB ad totalem elevationem plani CB, est ut angulus elevationis acutus DBA ad angulum elevationis rectum CBA. Partialis inclinatio plani DB, ad totalem inclinationem plani AB, est ut angulus inclinationis DBC acutus, ad angulum inclinationis ABC rectum. Nec possunt elevationes aut inclinationes planorum declivium dici

dici partiales, nisi considerando angulos elevationis aut inclinationis acutos, relativè ad angulum elevationis aut inclinationis rectum.

4. Planum DB quod congruat cum plano verticali CB, non facit cum eo ullum angulum inclinationis; cum plano autem AB facit maximum angulum elevationis qui est rectus. Planum DB quod congruat cum plano horizontali AB, non facit cum eo ullum angulum elevationis, & facit cum plano CB maximum angulum inclinationis qui est rectus.

5. Si à puncto D fiat recta DE normalis ad AB, adeoque parallela ad CB; angulus EDB alternus anguli inclinationis DBC, & illi æqualis ex 29. I. Elem. potest accipi ut angulus inclinationis plani declivis DB. *De triangulo DEB videatur Scholion propositionis* 17.

6. Recta insistens normaliter alicui plano, facit cum eo in gyrum angulos rectos. Itaque partes talis rectæ non habent a puncto contactûs ullam distantiam quoad latitudinem, sed solum quoad longitudinem.

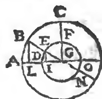


LEM-

LEMMATA GEOMETRICA

LEMMA I.

IN circulis concentricis AC, DF, arcus AB, DE, quos intercipiunt radii AG, BG, sunt similes.



Radius CG sit normalis radio AG; arcus AB ad arcum AC, est ut angulus AGB ad rectum AGC ex 33. VI. & similiter arcus DE ad arcum DF. Ergo arcus AB ad arcum AC, est ut arcus DE ad arcum DF. Dividendo autem & permutando, arcus AB ad arcum DE, est ut arcus BC ad EF. Adeoque arcus AB, DE sunt similes, idemque dic de arcubus BC, EF.

Corollarium I.

SEctores AGB, DGE sunt similes, ut etiam sectores BGC, EGF. Ergo sectores AGB, BGC, sunt ut sectores DGE, EGF; & ut sectores illi, ita sunt segmenta ABED, BEFC. Porrò proportionem inter distantias trium radiorum AG, BG, CG, metiuntur anguli AGB, BGC, AGC; & arcus AB, BC, AC, ex 26. III. Elem.

Corollarium II.

SI fiant rectæ BL, EI, normales ad AG; triangula rectangula BLG, EIG, utpotè similia, sunt ut sectores BGA, EGD. Sed in triangulis BLG, EIG, rectæ BL, EI, sunt ut hypotenusæ BG, EG, ex 2. VI. Ergo in sectoribus BGA, EGD,

EGD, arcus BA, ED, sunt ut radii BG, EG: Adeoque, si arcus oppositi NO, ED sint ejusdem circuli, arcus oppositi BA, NO, sunt ut radii BG, NG. Ac præterea ipsi arcus BA, NO sunt similes.

LEMMA II.

IN circulo ABD, cujus radii sint AB, AC, AD; arcus BD ad arcum BC, & angulus BAD ad angulum BAC, majorem habet rationem, quàm habeat sinus rectus DG ad sinum rectum CF.



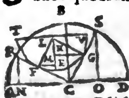
Prolongetur in E radius AB, & per puncta D & C fiat recta DE quæ erit hypotenusa triangulorum EGD, EFC, rectangulorum & similium; eritque simul basis triangulorum ADE, ACE, habentium eandem altitudinem. Rectæ ED, EC ex 2. VI, sunt ut rectæ DG, CF; & ex 1. VI, sunt ut triangula ADE, ACE. Dividendo autem ex 17. V, rectæ DC, CE, sunt ut triangula ADC, ACE. Similiter ex 26. III, arcus BD, BC, sunt ut anguli BAD, BAC, & ut sectores BAD, BAC; ac dividendo ex 17. V, arcus BC, CD sunt ut anguli BAC, CAD, & ut sectores BAC, CAD. Jam sector CAD est major triangulo ADC; triangulum verò ACE majus est sectore BAC. Ergo ex 8. V, sector CAD majorem habet rationem ad sectorem BAC quàm ad triangulum ACE; & ad ipsum triangulum ACE, majorem habet rationem sector CAD quàm triangulum ADC. Ergo componendo ex 18. V, majorem habet rationem arcus BD ad arcum BC, & angulus BAD ad an-

B gulum

gulum BAC, quàm recta ED ad rectam EC, videlicet ex 2. VI, quàm sinus rectus DG ad sinum rectum CF. Theorema hoc apud Regiomontanum in Epitome Almagesti est 7. propos. Libri I.

LEMMA III.

SI radius BC dividat semicirculum ABD in duos quadrantes, adeoque sit normalis diametro AD; radii verò RC, SC sint invicem normales: anguli SCB, RCA ex normalibus sunt æquales; & similiter anguli RCB, SCD.



Angulus BCA est rectus, & similiter angulus SCR. Ergo sublato angulo communi BCR, anguli SCB, RCA sunt æquales. Eodem modò sunt æquales anguli RCB, SCD. Porrò si diameter AD sit parallela horizonti, & radii RC, SC sint plana declivia; angulus elevationis unius plani est æqualis angulo inclinationis alterius plani, & est reciprocus tum anguli inclin. sui plani, tum anguli elevat. alterius plani.

Corollarium I.

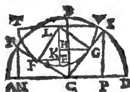
SI rectæ RN, SO parallelæ ad BC, compleant triangula rectangula RNC, COS, angulus CRN est alternus & æqualis angulo RCB, & angulus CSO angulo SCB. Ergo anguli CSO, RCN sunt æquales; anguli NRC OCS sunt æquales, adeoque ob hypotenusas RC, SC æquales, triangula RNC, COS, sunt æqualia ex 26. I. & in iis latera SO, CN sunt æqualia; & similiter latera RN, CO.

Si radios RC, SC tangat semicirculus TEV radiis FL, GL, diametri verò TV, AD, sint pa-

parallelæ, radius EL sit normalis diametro TV, ac rectæ FM, GH sint normales radio EL; radius LF normalis ad LG & RC est parallelus ad SC; radius LG normalis ad LF & SC est parallelus ad RC. Ac præterea triangula rectangula FML, LHG sunt invicem æqualia, & singula ex 4. VI, sunt similia triangulis RNC, COS. Itaque ut hypotenusa RC ad FL, sic latus RN ad FM. ut hypotenusa SC ad LG, sic latus SO ad GH.

Corollarium II.

SI in semicirculo ABD, radii RC, IC non sint normales, radius verò BC, & rectæ RN, IP sint normales diametro AD: angulus CIP est alternus & æqualis angulo ICB. Sed angulus BCA est rectus, secus verò angulus ICR. Ergo sublato angulo communi RCB, anguli ICB, RCA non sunt æquales. Itaque triangula rectangula RNC, CPI non sunt æqualia nec similia.



Si eosdem radios RC, IC, tangat semicirculus TEV radiis FL, GL (qui neque ipsi sunt normales) diametri verò TV, AD sint parallelæ; radius EL sit normalis diametro TV, ac rectæ FK, GH sint normales radio EL; radius LF non est parallelus ad IC, neque LG ad RC. Anguli FLE, GLE simul, sũt æquales angulis RCA, ICD simul. Anguli RCB, ICB simul, sunt æquales angulis FLT, GLV simul. Adeoq; si angulus RCI, & angulus ei æqualis, conflatus ex duobus FLT, GLV sit obtusus, angulus conflatus ex duobus RCA, ICD, & angulus ei æqualis FLG est

acutus & viceversâ: Triangula FKL, RNC sunt similia, ut etiam triangula LHG, CPI; ac triangula FKL, LHG sunt inter se ut triangula RNC, CPI. Sinus recti FK, GH, sunt ut sinus recti RN, IP.

LEMMA IV.



SI planum LCAB quod sit vel sector circuli, vel semicirculus, vel residuum sectoris, a radio DA dividatur cogitatione in duas partes inæquales BAD, CAD; in medio autem plani LCAB sit radius LA, in medio partium BAD, CAD sint radii HA, IA: partes BAD, CAD sunt reciprocæ arcuum HL, IL; & angulorum HAL, IAL.



Plana BAD, CAD ex 26. III, sunt ut arcus BD, CD, adeoque sunt ut arcus HD, ID eorum dimidii. Sed arcus LC dimidius arcûs BC æquatur arcui HI, qui constat ex arcubus HD, ID, dimidiis arcuum BD, CD. Ergo sublato arcu communi LI, arcus CI, HL sunt æquales. Quia verò arcus ID, CI, sunt æquales, etiam arcus HL, ID sunt æquales: iisque addito arcu LD, arcus HD, IL sunt æquales. Ergo arcus HD, ID, seu plana BAD, CAD, sunt reciproca arcuum HL, IL; & angulorum HAL, IAL.



Corollarium I.

PArtes BAD, CAD, nequeunt esse reciprocæ arcuum HL, IL, & angulorum HAL, IAL, quin centrum commune habeant in radio LA

LA qui resìdet inter medietates CAL, BAL plani LCAB. Ergo radius LA residet necessariò inter medietates CAL, BAL, si partes BAD, CAD sint reciprocæ arcuum HL, IL, & angulorum HAL, IAL.

Corollarium II.

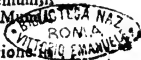
SI planum LCAB sit semicirculus, angulus HAI est rectus; nam constat medietatibus duorum angulorum BAD, CAD, qui simul sumpti æquantur duobus rectis. Itaque si planum LCAB sit sector circuli, angulus HAI est acutus. Si sit residuum sectoris, angulus HAI est obtusus.

Scholion.

SI in sectore LCAB, ex centro A fiat arcus RS,& uterque arcus sit parallelus horizonti, adeoque punctum A sit centrum Mundi; segmentum CBSR habet ad sensum figuram rectanguli de quo agemus lemmate 5. Proinde in rectangulo apparenti



CBSR, distantias rectarum HQ IP a rectâ LN, metiuntur lineę HL,IL,& QN,PN, quæ ad sensum sunt rectæ,revera tamen sunt arcus circulorum Mundo concentricorum. Similiter tres rectæ HQ,LN,IP, quę sunt parallelæ ad sensum,si prolongentur faciunt angulos in centro Mundi.



LEMMA V.

SI rectangulum CS dividatur cogitatione in duo rectangula inæqualia DS, CT; ac recta LA sit in medio plani CS, rectæ verò HQ, IP sint in medio planorum DS, CT: plana DS, CT sunt reciproca rectarum HL, IL,

Rectangula DS, CT sunt ut rectæ BD, CD, ex 1. VI. adeoque sunt ut rectæ HD, ID, earum dimidiæ. Sed recta LC, totius BC dimidia, æquatur rectæ HI, quæ constat ex HD, ID, dimidiis partium BD, CD. Ergo sublatâ communi LI, rectæ CI, HL sunt æquales. Quia verò rectæ ID, CI sunt æquales, etiam HL, ID sunt æquales: iisque additâ LD, rectæ HD, IL sunt æquales. Ergo rectæ HD, ID, seu plana rectangula DS, CT sunt reciproca rectarum HL, IL. Hoc theoremate nititur propositio 6. Libri I. Æquiponderantium Archimedis.



Corollarium.

Partes DS, CT nequeunt esse reciprocæ rectarum HL, IL, quin centrum commune habeant in rectâ LA, quæ residet inter medietates CA, LS. Ergo recta LA residet necessariò inter medietates CA, LS, si partes DS, CT sint reciprocæ rectarum HL, IL.

Scholion.

Si lineæ CB, RS sint arcus ex centro Mundi, & rectæ CR, BS sint normales horizonti, ad sensum constituunt rectangulum CS ut supra observavimus. Porrò in rectangulis geometricis, proportionem inter distantias HL, IL ac similes, metiuntur lineæ rectæ; in planis ad sensum rectangulis, metiuntur arcus ex centro Mundi, & anguli in eodem centro; in planis circularibus, metiuntur arcus ex eorum centro, & anguli in centro. Eodem modo in solidis parallelepipedis, proportionem inter distantias metiuntur lineæ rectæ; in solidis quæ sint ad sen-

sensum parallelepipeda, sed revera sint portiones sphæræ Mundo concentricæ, metiuntur arcus ex centro Mundi & anguli in ipso centro; in globis metiuntur arcus ex eorum centro & anguli in centro.

LEMMA VI.



SI rectangulum AC dividatur in duo rectangula AF, EC, ac fiat diameter AC; proportionem inter distantias rectarum parallelarum AB, EF, DC, perinde metitur recta AC vel recta BC aut AD.

Triangula rectangula ABC, GFC sunt similia ex hypothesi. Ergo ex 2. VI, recta AG ad GC, est ut BF ad FC, ut AE ad ED; & ut AC ad GC, ita BC ad FC, AD ad ED. Adeoque ut AG ad CG, ita AE ad CF. Ergo &c. Ex opposito. Si planum AC sit rectangulum solum ad sensum ut supra dicebamus; diameter verò AC sit linea recta: tum DE, AE, tum CF, BF non sunt sinus recti de quibus lemmate 2; sed sunt arcus ex centro Mundi. Atqui DE, AE, ac CF, BF nequeunt esse ut rectæ CG, AG, nisi sint sinus recti. Ergo non sunt ut rectæ CG, AG.

Corollarium I.

IN triangulo rectangulo ABC, latera AB, BC ad hypotenusam AC, non sunt ut anguli ACB, CAB ad angulum rectum ABC. Nam latera AB, BC simul, sunt majora hypotenusâ AC ex 20. I. anguli verò ACB, CAB simul, sunt æquales angulo recto ABC ex 32. I.

Corollarium II.

SI ob quadrantem ADCB inscriptum quadrato IEFH, triangula rectangula DEC, CFB,

B 4 EHA



BHA, AID sint æqualia inter se; sumptaque EG æquali ad IA fiat recta AG, puncta verò D & B jungantur rectâ DB: rectæ DO, BO ex hoc lemmate, sunt ut rectæ EG, FG. Adeoque sunt ut DE, BF. Anguli verò BCF, BAG sunt æquales ex lemmate 3, & similiter anguli DAG, DCE.

DE MOMENTIS GRAVIUM.

PROPOSITIO I.



SI filum LD normale horizonti sustineat globum in D, ac sustineatur ab unâ potentiâ in L: tota gravitas globi & sustinetur, & existit staticè in totâ lineâ LD & in singulis ejus partibus.

Supponimus, partem DE fili LD esse diametrum globi, & hujus gravitatem esse trilibrem. Totum filum LD, & unaquæque illius pars, respectu globi est potentia, exercens virtutem sustentativam parem gravitati trilibri; respectu potentiæ L est pondus exercens momentum pressionis trilibre. Ergo posito quòd filum LD sustineat globum in D ac sustineatur in L, tota gravitas trilibris & sustinetur ut est manifestum; & per axioma 1, existit staticè in totâ lineâ LD, & in singulis ejus partibus.

Corollarium.

SUstentatio per quam potentia L detinet globum immotum, affert globo impedimentum totale ne descendat; impedimentum autem

autem totale reddit impossibilem descensum. Ergo in sensu composito sustentationis, descensus globi est impossibilis. Quia verò globus impeditus ne descendat, determinatur à suâ gravitate ut exerceat omnem conatum quem potest, ad tollendum tale impedimentum: evidens est illum conatum esse necessarium globo quoties impeditur ne descendat. Si talis conatus est necessarius globo, ac descensus ipse est impossibilis, pressio quam sustinet potentia impediens descensum, ordinatur immediatè ad tollendum impedimentum descensûs, non verò ad descendendum; alioquin ordinaretur immediatè ad id quod est impossibile immediatè. Ergo si globus detineatur immotus a potentiâ, pressio quam efficit gravitas globi, ordinatur immediatè ad tollendum impedimentum descensûs, non verò ad descendendum. Nihil autem prohibet, eidem puncto L applicari duas potentias, itaut ex totâ gravitate existēte in perpendiculo LD, una potentia sustineat unam partem, alia aliam.

Scholion.

GLobus qui liberè pendeat ex filo LE in E, non differt staticè a globo, qui liberè pendeat ex filo LD in D. Nam uterque habet centrum gravitatis in perpendiculo LD. Similiter aggregatum plurium gravium quod liberè pendeat ex filo LE in E, habet centrum commune gravitatis in perpendiculo LD. Itaque sustentatio & gravitatio in perpendiculo LD & in singulis partibus, æquè habent locum in globo, & in aggregato plurium gravium. Porrò perpendiculum in quo existat staticè tota gravitas molis cujuscunque figuræ, necessariò resi-

dee

det inter medietates ejusdem molis, & occupat medium gravitatis naturalis ut est manifestum.

PROPOSITIO II.

SI scaphium sustineat globum, & sustineatur a plano horizontali; tota gravitas globi respectu scaphii existit staticè in solo aggregato diametrorum, quæ incumbunt scaphio; respectu plani horizontalis existit staticè in solâ diametro, quæ incumbit plano.

Consideramus scaphium veluti superficiem rigidam concavam, coaptatam globo, & de se expertem gravitatis. Ex hypothesi globus sustinetur a scaphio, & per scaphium sustinetur a plano horizontali: Ergo ex 1. suppositione, tota gravitas globi respectu scaphii &c.

Corollarium.

ITaque momentum quo globus premit planum horizontale in unicâ diametro, æquatur aggregato momentorum, quibus idem globus premit scaphium in aggregato diametrorum; ac momenta ista globi non sunt absoluta sed solum respectiva. Nam relatè ad sustentationem in extremo solius diametri normalis horizonti, exercetur momentum in solâ illâ diametro; relatè ad sustentationem in aggregato diametrorum incumbentium scaphio, exercetur momentum in solo illo aggregato.

PROPOSITIO III.



SI globus liberè descendat perpendiculariter; tota ejus gravitas existit staticè in lineâ directionis ED, per quam impellit deorsum centrum globi.

Si globus sit liber ut descendat perpen-

pendiculariter, tota gravitas impellit centrum globi ut tendat ad centrum gravium per viam brevissimam, qualis est linea directionis, incidens in perpendiculum ipsius globi. Ergo momentum descensûs æquale toti gravitati globi exercetur in lineâ directionis ED; & per axioma 1. tota gravitas globi existit staticè in ipsâ lineâ ED, per quam impellit deorsum ipsum centrum.

Corollarium:

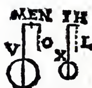
SEu globus liberè descendat perpendiculariter, seu detineatur immotus a potentiâ D, tota ejus gravitas existit staticè solùm in diametro ED normali ad horizontem; & impulsum æqualem toti gravitati exercet globus, vel causando descensum dum liber est ad illum, vel premendo totâ suâ gravitate potentiam D, dum ab eâ impeditur ne liberè descendat. Itaque si globus liberè descendens perpendiculariter, tangat planum parallelum lineæ directionis, illud non premit gravitate ullâ; quia nullatenus ab eo impeditur ne descendat, & nulla gravitas globi existit staticè in diametro contactûs, normali ad tale planum. Si globus sustineatur a potentiâ D, & simul tangat planum parallelum diametro ED, premit potentiam D gravitate totali, ac non premit planum gravitate ullâ; quia descensum globi nullatenus impedit planum sed sola potentia, & gravitas tota existit staticè in diametro cui applicatur potentia, nulla gravitas existit in diametro cui applicatur planum.



Si autem globus neque descendat perpendicula-

culariter, neque sustineatur in diametro ED normali ad horizontem, sed sustineatur exempli gratia in circumferentiâ circuli ad horizontem paralleli, tota gravitas globi existit staticè in diametris incumbentibus circulo, nulla in diametro normali ad horizontem.

PROPOSITIO IV.



SI linea rigida MN parallela horizonti sustineat globum V per filum MV, ac sustineatur a potentiâ N, cujus perpendiculum distet a perpendiculo globi; virtus sustentativa quam exercet potentia, est major totali gravitate globi.

Si perpendiculum potentiæ distet a perpendiculo globi, potentia exercet virtutem sustentativam, majorem eâ quam exercet, si idem sit perpendiculum globi & potentiæ, ut patet experientiâ. Sed si idem sit perpendiculum globi & potentiæ, hæc exercet virtutem parem gravitati globi, ex prop. 1. Ergo si non sit idem perpendiculum, potentia exercet virtutem majorem gravitate globi: Porrò globus exercet in hac hypothesi duas pressiones. Una est conatus tollendi impedimentum discensûs perpendicularis. Altera est conatus faciendi, ut linea rigida MN evadat normalis horizonti. Prior harum pressionum exercetur in perpendiculo globi, & æquatur gravitati ejus totali: adeoque additâ aliâ pressione, quæ exercetur in perpendiculo potentiæ, remoto a perpendiculo globi, duæ pressiones conjunctæ, sunt majores eâ, quam efficit sola gravitas totalis in perpendiculo globi. Quia verò, duabus pressioni-

bus

bus ac momentis, potentia resistit per virtutem æqualem toti aggregato: patet, cur potentia sustineat pressionem majorem eâ, quam efficit sola gravitas totalis in perpendiculo globi.

Corollarium.

Rigida MN, per filum MV sustinet in M globum V, quia sustinetur a potentiâ N. Ergo si rigida MN non sustineatur a potentiâ, nequit sustinere globum per filum.

PROPOSITIO V.

SI lineæ rigidæ MN, IH horizonti parallelæ sustineant globos V & X, per fila MV, IX, ac sustineantur a potentiis N & H, quarum perpendicula distent a perpendiculis globorum V & X; pressiones quas globi exercent in N & H, habent rationem compositam ex pondere totali globi V ad pondus totale globi X, & ex distantiâ MN ad distantiam IH.

Distantia MN ad distantiam IH sit ut diameter globi V ad diametrum globi X; ac distantia MN sit dupla distantiæ IH. Si globus V sit 16. librarum, globus X erit 2. librarum, ex 18. XII. Elem. Quia verò ex propos. 4. duæ pressiones quas exercet globus X sustentatus in H, sunt majores pressione, quam exercet sola gravitas totalis; pressio exercita in H sit 4. libr. dupla nimirum pressionis exercitæ in I. Si globus esset 16. libr. & sustineretur in H, exerceret in H pressionem 32. libr. Atqui globus V est 16. libr. ac distantia MN est dupla distantiæ IH. Ergo globus V exercet in N pressionem 64. librarum. Adeoque pressiones quas exercent globi V & X, habent rationem compositam ex pondere V 16. ad pondus N 2. & ex distantiâ MN

MN 4. ad distantiam IH 2. ac sunt ut numer. 16. multiplicatus per 4. ad numerum 2. multiplicatum per 2. quæ est ratio 16. ad 1. Porrò distantias MN, IH, metiuntur lineæ horizonti parallelæ, quæ sunt rectæ ad sensum, at reipsâ sunt arcus ex centro Mundi: quia perpendicula ponderum & potentiarum, quorum partes sunt rectæ MV, IX, & NO, HL, faciunt angulos in centro Mundi.

Corollarium.

SI recta ME sit æqualis rectæ IH, globus V sustentatus in E in distantiâ EM, exercebit pressionem 32. libr. veluti si globus X esset 16. libr. & sustineretur in H, Adeoque pressiones exercitæ a globo V, quem potentia sustineat divisim in N & in E, habent eandem rationem, quam habet numerus 16. multiplicatus per 4. ad numerum 16. multiplicatum per 2. quæ est ratio 2. ad 1. videlicet, si distantia MN reddit pondus V, veluti quadruplum ejusdem sustentati in M; distantia EM reddit illud veluti duplum ejusdem sustentati in M. quia in uno casu, pressio quam sustinet potentia in suo perpendiculo est quadrupla, in alio est dupla pressionis, quam efficit in suo perpendiculo gravitas totalis.

Neque interest, an globus V vel X detineatur immotus a potentiâ N aut H, vel transferatur ex uno loco in alium. Quamdiu enim potentia non finit, ut linea rigida, ex parallelâ evadat normalis horizonti, virtutem totius globi exhaurit momentum pressionis, quod sustinetur a potentiâ, & est majus totali gravitate globi. Adeoque non superest ulla virtus, quam exercere possit globus causando descensum.



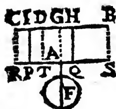
sum. Quæ dicuntur de globis suspensis per fila ex lineis horizonti parallelis, valent de globo, cujus perpendiculũ sit MG, ac sustineatur in N aut in E; adeoque pendeat ex distantiâ MN vel FE. Huc etiam facit corollariũ propositionis 4.

Scholion.

POtentia I sustinet pressionem æqualem gravitati globi X seu longitudo fili ex quo pendet globus sit major, seu sit minor. Potentia verò H sustinet pressionem majorem gravitate globi; & hæc pressio eò est major, quò major fuerit latitudo ac distantia HI. Proinde si globus sustineatur a plano horizontali, sola diameter normalis horizonti, ac singulæ partes ejusdem diametri, carent staticè omni distantiâ a puncto contactûs. Et universaliter loquendo, si linea recta in quâ existat staticè quæcunque gravitas, insistat normaliter alicui plano, nulla pars talis rectæ habet staticè ullam distantiam a contactu plani; quia staticè consideratur distantia quoad latitudinem duntaxat, non verò quoad longitudinem, per Axioma 6.

PROPOSITIO VI.

SI planum imaginarium CS constet lineis rigidis CB, RS, parallelis horizonti, connexis per fila HQ, IP, horizonti normalia; idemque sit perpendiculum molis F pendentis in A ex rigidâ RS, ac potentiæ G sustinentis rigidam CB; relatè ad sustentationem in A, tota moles F est unum pondus, & existit staticè in perpendiculo AF: relatè ad sustentationes in H & I, tota moles F est divisa in duo pondera, quæ existunt staticè in rectis HQ, IP, & sunt reci-



ciproca distantiarum HG, IG. Relatè ad sustentationem in G, aggregatum ex ponderibus HQ, IP, existit in perpendiculo GA. Pressiones autem quæ exercentur in rectis AF, GA, HQ, IP, sunt momenta solius gravitatis.

Planum imaginarium CS, ad sensum rectangulum (de quo in scholio lemmatis 5.) habet ut supponimus, easdem divisiones, cum plano reali ejusdem lemmatis 5. Quia verò, gravitas totius molis F, existens in perpendiculo AF ex propos. 1. communicatur toti plano CS; patet, gravitatem CS dividi in duas gravitates, DS, CT, sicut planum CS dividitur in duo plana, DS, CT. Atqui gravitates DS, CT, quæ ex lemmate 5. sunt reciprocæ distantiarum HG, IG, existunt staticè in rectis HQ, IP, occupantibus medium planorum DS, CT; quia fila HQ, IP, instar potentiarum sustinent pondus F suspensum ex RS. Ergo relatè ad rigidam, CB, quæ pariter gerit munus duarum potentiarum, sustinentium in H & I fila HQ, IP, ac premitur eisdem filis tanquam ponderibus; pondus F est divisum in duo pondera, quæ existunt in rectis HQ, IP, & sunt reciproca distantiarum HG, IG: ac proinde habent centrum commune gravitatis in perpendiculo potentiæ G, ex coroll. lemmatis 5. ac relatè ad sustentationem in G, aggregatum ex ponderibus HQ, IP, existit in eodem perpendiculo, & premit potentiam G. Demum ex ipsâ hypothesi, pondera quæ existunt in rectis AF, GA, HQ, IP, nul-

nullatenus distant a potentiis A, G, H & I. Ergo pressiones quas exercent singula pondera, nequeunt esse momenta composita ex gravitatibus ac distantiis. Adeoque sunt momenta solius gravitatis.

Hæc assertio quoad pressiones quæ fiunt in rectis AF, GA, est indubitata. Ostendo rursus pressiones quæ fiunt in rectis HQ, IP, esse momenta solius gravitatis. Nam in tales pressiones nihil influunt distantiæ AQ, AP, seu GH, GI. Alioquin, ubi tales distantiæ fierent majores vel minores, momenta evaderent majora vel minora, ex prop. 4. & 6. Sed hoc est falsum ex ipsâ hypothesi, quæ non limitat amplitudinem plani CS: adeoque si mutetur amplitudo CS; sed non mutetur figura & gravitas ipsius plani CS, nec mutetur proportio inter plana DS, CT, non mutantur pressiones quæ sustinentur a filis HQ, IP. Ergo hæ pressiones non sunt momenta composita, sed sunt solius gravitatis. Et ex dictis in scholio lemmatis 5, mensuræ distantiarum HG, IG, & QA, PA, sunt arcus ex centro mundi, non autem sunt lineæ rectæ, nisi planum CS sit rectangulum geometricum. Porrò ex defin. 6. rigida RS potest reduci ad vectem secundi generis, rigida CB ad vectem primi generis.

Corollarium I.

Pondus F sustinetur a rigidâ RS in A, & existit staticè indivisum in perpendiculo AF. In punctis Q & P rigidæ RS, dividitur pondus F in duo pondera, quæ sunt reciproca distantiarum QA, PA, & existunt in rectis HQ, IP. Aggregatum horum ponderum existit in per-

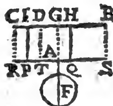
pendiculo GA & sustinetur in G. Itaque relatè ad potentiam A, perpendiculum AF residet inter medietates ponderis F; relatè ad potentias H & I, quæ sunt omninò distinctæ, nam rigida CB exercet in H & I munus duarum potentiarum omninò distinctarum; recta GA residet inter pondera omninò distincta HQ, IP, quæ sunt reciproca distantiarum HG, IG, & non habeant centrum commune gravitatis. Relatè ad potentiam G, perpendiculum GA residet inter medietates aggregati ex ponderibus HQ, IP, quæ reipsâ sunt medietates ponderis F.

Loco rigidæ RS, quæ per molem F tribuit gravitatem plano imaginario CS, potest adhiberi solidum cujuslibet figuræ. Quia si rigida FE sit arcus ex centro mundi, ac duo fila HQ, IP, per quæ sustinet solidum PQ cujuscumque figuræ, sint ejus perpendicula, idemque sit perpendiculum tum potentiæ G sustinentis rigidam FE, tum solidi PQ; rigida FE cum filis HQ, IP, non differt staticè a plano imaginario CS. Adeoque tota gravitas solidi PQ dividitur in duas partes, quæ existunt in rectis HQ, IP, ac sunt reciprocæ distantiarum HG, IG. Utrum autem solidum PQ quod habeat figuram cylindri, sit vectis secundi generis, colligi poterit ex propos. 19.

Corollarium II.

SI moles F pendens ex rigidâ RS sit 10. librarum, ac distantia IG ad distantiam HG sit ut 7. ad 3; in filo HQ existit pondus 7. libr. in filo IP existit pondus 3. libr. Itaque si sejungantur

gantur vectes,& ex vecte secundi generis RS ad horizontem parallelo pendeat moles F 10. libr. & distantia PA ad QA sit ut 7. ad 3; in perpendiculo molis F existit pondus 10. libr. & sustinetur a vecte per virtutem illi æqualem; in perpendiculo potentiæ Q existit pondus 7. libr. & sustinetur a potentiâ Q per virtutem illi æqualem; in perpendiculo potentiæ P existit pondus 3. libr. ac sustinetur a potentiâ P per virtutem illi æqualem. Ideo vectis detinet molem immotam, & potentiæ detinent immotum ipsum vectem.

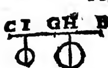


Similiter si ex vecte primi generis CB suspendatur moles H 7. libr. & moles I 3. libr; ac distantia IG d HG sit ut 7. ad 3; in perpendiculo potentiæ G sustinentis vectem CB parallelum horizonti, existit centrum commune gravitatis molium H & I ex hac propos. & ex Galileo Dialogo II. de motu & machinis. Ergo gravitas aggregati ex molibus H & I, videlicet pondus 10. libr. existit staticè in perpendiculo potentiæ G, quod residet inter medietates aggregati ex ipsis molibus ut ostendimus coroll. 1. ac momentum quo premitur potentia G non habens ullam distantiam ab ipso aggregato, illudque sustinens per virtutem æqualem, est solius gravitatis ex propos. 1. Pariformiter vectis CB detinet immotas duas moles H & I, quia exercet in H munus unius potentiæ, quæ non habet ullam distantiam a mole H 7. libr. eamque susti-



net per virtutem æqualem; in I exercet munus alterius potentiæ, quæ non habet ullam distantiam a mole I 3. libr. eamque sustinet per virtutem æqualem; ut etiam patet ad sensum. Nam duæ moles H & I sustinentur a vecte CB in H & I quemadmodum sustinerentur in H & I a duabus potentiis non habentibus communicationem. Sed ab hujusmodi potentiis, moles sustinerentur per virtutem sibi æqualem ex propositione 1. Ergo a vecte primi generis CB sustinentur per virtutem sibi æqualem. Itaque vectis CB horizonti parallelus manet necessariò immotus, quia in H & I sustinet moles H & I per virtutem ipsis æqualem, & medietas molium H & I est ad dexteram, medietas ad sinistram punctorum H & I. potentia verò G ope vectis CB sustinet aggregatum ex molibus H & I per virtutem ipsi æqualem, & medietas aggregati est ad dexteram, medietas ad sinistram puncti G, ut optimè observat Galileus Dial. II.

PROPOSITIO VII.



SI vectis primi generis CB, horizonti parallelus ac sustentatus a potentiâ G, sustineat moles H & I reciprocas distantiarum HG, IG; manet necessariò in æquilibrio, quia in H exercet virtutem æqualem moli H, in I æqualem moli I, ac potentia G exercet virtutem æqualem aggregato ex molibus H & I.

Supponimus, vectem CB manere necessariò in æquilibrio, si maneat necessariò immotus, ac nequeat se detorquere a situ parallelo ad horizontem. Atqui ex coroll. 2. prop. 6. vectis CB ma-

manet necessariò immotus, ac nequit se detorquere a situ parallelo ad horizontem. Ergo manet necessariò in æquilibrio. Et consequenter, centrum commune gravitatis molium H & I, quatenus incidit in perpendiculum potentiæ G, potest vocari punctum æquilibrii, tum molium inæqualium H & I, quæ causant æquilibrium ex puncto G, tum vectis ipsius CB, qui manet necessariò in æquilibrio.

Corollarium I.

SI augeatur sola distantia IG molis I, vectis CB amittit æquilibrium, ac descendente mole I, elevatur moles H; quia centrum commune gravitatis molium H & I jam non incidit in perpendiculum potentiæ G, sed translatum est versus C. Ex his corruit sententia Nicolai Tartaleæ, Libro VIII. Quæstionum & Inventionum diversarum, propos. 8. ubi docet, dari æquilibrium inter moles H & I, si sint reciprocæ distantiarum HG, IG, quia moles I, non ratione sui, sed ratione sitûs ac distantiæ IG conferentis augmentum gravitatis, est æquè gravis ac moles H. Si ergo augeatur distantia IG, censet non dari æquilibrium inter moles H & I, quia moles I, non ratione sui, sed ratione sitûs ac distantiæ IG est gravior mole H. Huic sententiæ accedit Vitalis Jordanus in Fundamento Doctrinæ motus gravium pag.8.edit.primæ, ac plures alii, qui censent, in primo casu momentum molis I esse æquale, in secundo esse majus momento molis H. Verùm ex dictis patet, a distantiâ IG non conferri moli I augmentum ullius gravitatis, neque ullius momenti.

Corollarium II.

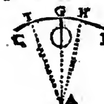
SImul & semel, moles inæquales H & I premunt vectem CB momento solius gravitatis; & aggregatum earum, ope vectis CB premit potentiam G momento solius gravitatis ex propos. 6. Ergo simul & semel, perpendiculum potentiæ G, respectu sustentationum quas exercet vectis CB in H & I, residet inter moles inæquales H & I; ac respectu sustentationis quam exercet potentia G, residet inter medietates aggregati ex molibus H & I. Quæ omnia mirificè congruunt doctrinæ cl. Galilei Dial. II. ubi asserit, in vecte CB *fieri æquilibrium duorum ponderum inæqualium H & I*, sed cum aliquâ limitatione, nimirùm *ex puncto G*. Moles enim, quæ quatenus sustinentur a vecte CB in H & I, sunt inæquales, & nequeunt facere æquilibrium; quatenus sustinentur in G, reducuntur ad æqualitatem, & causant æquilibrium ex puncto G, *quia medietas aggregati ex molibus H & I est ad dexteram, ac medietas ad sinistram puncti G*. Quomodo autem, relatè ad sustentationes, quas vectis CB, gerens munus duarum potentiarum omninò distinctarum, exercet in H & I erga moles H & I, perpendiculum potentiæ G sit linea solum imaginaria, quæ residet inter duo pondera inæqualia omninò invicem distincta, & proinde non habentia centrum commune gravitatis, patet ex coroll. 1. propositionis 6.

Scholion.

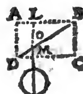
IN vectibus primi & secundi generis CB, anguli HAG, IAG, quos perpendicula potentiarum ac molium faciunt in centro mundi, metiuntur



tiuntur proportionem inter earum distantias, quamcunque figuram habeant vectes. Ac proinde, quòd vectes sint arcus ex centro mundi, affert hanc utilitatem, ut ex ipsis possit sciri proportio inter distantias trium perpendiculorum. Alioquin proportionem distantiarum necesse est indagare per arcus imaginarios ex centro mundi.



Si linea recta & rigida DB, sustineatur obliquè in punctis D & B, ex eâque pendeat moles in O; rectæ AD, BC sunt perpendicula per suppos. 6. lineæ verò AB, DC sunt arcus circulorum terræ concentricorum. Ergo ADCB est rectangulum solum ad sensum. ac rectæ BO, DO, non sunt ut arcus CM, DM, aut BL, AL, ut colligitur ex lemmate 2. & ex lemmate 6. Sed partes globi quæ premunt potentias D & B, sunt reciprocè ut arcus CM, DM, ex prop. 6. Ergo non sunt reciprocè ut rectæ BO, DO. Adeoque recta BD non potest dici vectis obliquus, in quo rectæ BO, DO, metiantur partes globi quæ premunt potentias D & B.



PROPOSITIO VIII.

Ratio cur vectis propositionis 7. maneat in æquilibrio, non est, quòd moles H & I sint æquiponderantes, & habeant momenta invicem æqualia.

Ex cor. 2. prop. 6. moles H & I exercent momenta pressionum æqualia suis gravitatibus. Sed hoc non esset, si moles H & I æquiponderarent, & haberent momenta æqualia. Ergo &c.

Scholion.

V. Jordanus in Fundamento pag. 12. edit. secundæ, ultrò asserit, punctum G esse centrum commune gravitatis molium H & I. Censet nihilominus, æquilibrium vectis oriri ex eo, quòd moles H & I exerceant momenta æqualia medietatibus sui aggregati. Ubi vides, juxta Jordanum, punctum G residere tum inter momenta æqualia molium inæqualium H & I, tum inter moles ipsas inæquales: quum ex coroll. 2. prop. 6. punctum G resideat tum inter momenta inæqualia molium inæqualium H & I, tum inter moles æquales, videlicet inter medietates aggregati ex molibus H & I.

PROPOSITIO IX.

Ratio cur vectis propositionis 7. maneat in æquilibrio, non est quòd moles H & I se mutuò sustineant.

Ex prop. 7. vectis CB manet in æquilibrio, quia in H exercetur sustentatio æqualis moli H, in I æqualis molis I, in G æqualis aggregato ex duabus molibus. Ergo &c. Præterea ex 4. prop. si moles H & I se mutuò sustinerent, moles H premeretur momento composito ex gravitate I & ex distantiâ IH; moles I premeretur momento composito ex gravitate H & ex distantiâ HI. Sed hæc sunt falsa. Ergo &c. Demum moles I est minor mole H ut suppono. Ergo moles I nequit sustinere molem H.

Co-

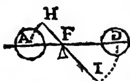
Corollarium.

EX his etiam patet, rationem cur vectis CB maneat in æquilibrio, non esse, quia moles H & I sibi mutuò impediant descensum. Nihilominus, etiamsi transmittamus, quòd moles H & I sibi mutuò impediant descensum, ab iis differt potentia L quæ impediat descensum molis A. Nam potentia L premitur totâ gravitate molis A; in vecte autem CB, nec moles H premitur ullâ gravitate molis I, nec moles I premitur ullâ gravitate molis H. Itaque non video sustineri posse doctrinam V. Jordani, asserentis in Fundamento, pag. 29. edit. pr. ac pag. 91. & 96. edit. sec. *Singula duo gravia H & I se mutuo sustinere*. Addentisque, *potentiam L sustinendo grave A nullum aliud officium facere, quàm impedire quominus grave descendat.*



PROPOSITIO X.

SI vectis primi generis parallelus horizonti sustineatur in F, ac sustineat moles inæquales A & D, reciprocas distantiarum AF, DF; ratio cur maneat in æquilibrio non est, quia si moveatur ab aliquâ potentiâ extrinsecâ circa punctum F, velocitates AH, DI, essent molium reciprocæ.



Ex hypothesi, motus vectis nequit causari a ponderibus A & D, sed solum ab aliquâ potentiâ extrinsecâ. Ergo antecedenter ad motum causandum a tali potētiâ, & ad velocitates AH, DI, quæ ex cor. 2. lem. 1, sunt ut distantiæ AF, DF, dantur constitutiva æquilibrii. Ergo &c.

Scho-

Scholion.

P. Nic. Zucchius in Philosophiâ de Machinis, Parte III. sect. 2. censet, punctum F non esse centrum commune gravitatis molium A & D, sed solum esse centrum commune potentiæ motivæ quam exercet moles A, & potentiæ resistitivæ quam exercet moles D; & vicissim potentiæ motivæ ac resistitivæ, quam exercent moles D & A. Æqualitatem verò talium potentiarum, putat esse causam æquilibrii molium inæqualium A & D: quia non est ulla ratio, cur descendat una magis quam alia, & utrâ earum descendente, velocitates AH, DI, essent molium reciprocæ. Verùm, præterquamquòd, æquilibrium non est molium inæqualium sed vectis; in puncto F datur centrum commune gravitatis molium A & D ex prop. 6; ac potentia resistitiva, æqualis potentiæ motivæ moliū A & D, exercetur solùm a vecte in punctis applicationum A & D. Alioquin, ob puncta D & A, quæ incidunt in perpendicula invicem distantia, potentia resistitiva D premeretur momento composito ex potentiâ motivâ A & ex distantiâ AD; potentia resistitiva A premeretur momento composito ex potentiâ motivâ D & ex distantiâ DA, per prop. 9. sed hæc sunt falsa. Ergo &c.

PROPOSITIO XI.

SI vectis primi generis horizonti parallelus ac sustentatus in F, sustineat moles inæquales A & D, reciprocas distantiarum AF, DF; sentitur in F momentum solius gravitatis, quod ibi exercet aggregatum ex molibus A & D, quia moles A & D exercent in A & D momentum solius gravitatis.

Sup-

Supponimus ex coroll.2. prop.6. in F sentiri momentum solius gravitatis, quod ibi exercet aggregatum ex molibus A & D; ac momentum quod exercetur in F, esse æquale momentis simul sumptis, quæ exercentur in A & D. Ergo eatenus momentum quod sentitur in F est solius gravitatis, quia momenta quæ exercentur in A & D sunt solius gravitatis. Enimverò, ex propos.4. sentitur in N momentum majus gravitate molis V, quia in N exercetur momentum majus gravitate molis V. Ergo sentiretur in F momentum majus aggregato molium A & D, si tale momentum exerceretur in F. Exerceretur autem necessariò in F, si in A & D exercerentur momenta majora gravitatibus molium A & D.

Scholion.

SI hasta horizonti parallela sit valdè longa, & distantiæ AF, DF, seu sint majores seu sint minores, habeant eandem proportionem, sentitur in F momentum solius gravitatis, ut fatetur P. Franc. Eschinardus tom. 1. Cursûs Mathem. appendice 6. Quia tamen, facilius frangitur hasta in F, si distantiæ AF, DF, sint majores quàm si sint minores; docet, præter momentum solius gravitatis quod sentitur in F, dari momenta distantiarum AF, DF, quæ non sentiuntur in F; sed aliquando ita invalescunt, ut caussent fractionem hastæ in F.

Respondeo, fractionem hastæ non posse oriri ex momentis distantiarum AF, DF, quin aggregatum æquale illis momentis simul sumptis sentiatur in F, ut probatum est. Sed hoc non sentitur in F. Ergo fractio hastæ non oritur ex me-

momentis distantiarum ; adeoque oritur solum ex momentis gravitatis molium A & D , quæ deprimendo brachia AF , DF , dissolvunt eorum cohærentiam . Sed momenta gravitatis molium A & D , facilius deprimunt brachia AF , DF , si distantiæ AF , DF , sint majores quàm si sint minores : quemadmodum , si loco hastæ sustineatur in suo perpendiculo trabs ponderosa horizonti parallela , duo ejus brachia facilius deprimuntur ab eâdem omninò gravitate si trabs sit longior quàm si sit minus longa . Ergo ex momentis gravitatis molium A & D, facilius oritur fractio hastæ in F, si distantiæ AF , DF sint majores, quàm si sint minores.

PROPOSITIO XII.

SI vectis primi generis horizonti parallelus ac sustentatus in F , sustineat moles inæquales A & D , reciprocas distantiarum AF , DF ; permanebit in æquilibrio , augendo simul , magis ac magis in eâdem proportione , molem A, non mutatâ distantiâ AF, & distantiam DF, non mutatâ mole D .

In hac hypothesi , moles A & D semper sunt reciprocæ distantiarum AF, DF . Ergo ex propos. 7. vectis permanet in suo æquilibrio .

Corollarium .

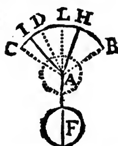
MOles D cujus aucta est sola distantia , & moles A cujus auctum est solum pondus, exercent momenta solius gravitatis ex coroll. 2. prop. 6. Ergo est imaginatio falsa, quòd moles D , ex applicatione ad vectem acquirat virtutem exercendi momentum majus & majus, & semper faciendi æquilibrium cum mole A majori & majori .

Scho-

Scholion.

DOcent plures Autores, perpendiculum potentiæ F, per accidens residere inter duas partes æqualiter graves; necessariò autem residere inter duo momenta æqualia, licet momenta sint molium inæqualium A & D. Verùm ex coroll. 2. prop. 7. patet, perpendiculum potentiæ F necessariò residere inter medietates aggregati ex molibus A & D; ac momenta molium inæqualium esse necessariò æqualia ipsis molibus.

PROPOSITIO XIII.



SI arcui rigido CB connexi sint radii rigidi HA, IA, ex quibus per filum AF pendeat globus F; idemque sit perpendiculum LF globi F, & potentiæ L sustinentis arcum CB: partes globi F quæ existunt staticè in rectis HA, IA, ac premunt arcum CB in H & I, sunt reciprocæ arcuum HL, IL, & angulorum HAL, IAL; eædemque partes exercent momenta solius gravitatis.

Planum imaginarium LCAB, quod est sector parvi circuli, habet, ut supponimus, easdem divisiones cum sectore lemmatis 4, & sustinetur in suo perpendiculo LA; seu manet in æquilibrio, perinde ac maneret in æquilibrio, si loco globi F pendentis ex A, rigidis HA, IA, infixi essent globi reciproci arcuum HL, IL, & angulorum HAL, IAL. Ergo in rigidis HA, IA, ex quibus pendet globus F, existunt partes

globi,

globi, reciprocæ arcuum HL, IL, & angulorum HAL, IAL. Quia verò arcus CB in H & I, & superiores partes radiorum HA, IA, erga inferiores, exercent eam virtutem, quam exercent duo radii in duobus punctis terminativis A, invicem compenetratis; constat ex propos. 1. momenta quibus tum arcus CB in H & I, tum radii HA, IA, premuntur a partibus globi F, esse solius gravitatis. Porrò ex defin. 6, arcus rigidus CB reduci potest ad vectem primi generis, quia sustinetur in L, ac sustinet in H & I duo pondera. Constat etiam, potentias applicatas rectis LF, HA, IA, non habere ullam distantiam a gravitatibus, quæ existunt staticè in illis rectis.

Corollarium.

Itaque in filo AF existunt staticè partes globi F invicem distinctæ, quæ existunt in radiis HA, IA. Et consequenter, lineæ obliquæ HA, IA, staticè non differunt a perpendiculo AF, ægerente munus duorum perpendiculorum. Idipsum confirmatur: quia si radii obliqui HA, IA, differrent staticè a perpendiculo AF, magis ab eo differrent ubi essent magis obliqui, minus differrent ubi essent minus obliqui. Sed hoc est falsum, quia si mutetur amplitudo plani LCAB, sed non mutetur ejus gravitas, nec mutetur proportio inter partes BAD, CAD, non mutatur gravitas partium BAD, CAD, existens in radiis HA, IA, ut patet ex ipsâ hypothesi, quæ non limitat amplitudinem plani LCAB, nec obliquitatem radiorum HA, IA. Ergo radii obliqui HA, IA, non differunt staticè a perpendicularibus.

Scho-

Scholion.

TAceri non debet discrimen linearum rigidarum a flexibilibus. Si enim duæ potentiæ sustineant extremitates rigidæ, quæ habeat in medio globum liberè pendentem ex filo; seu duæ medietates lineæ illius mutuò se tangant, & congruant cum perpendiculo globi, seu cum eodem perpendiculo faciant duos angulos invicem æquales (quæcunque sit apertura talium angulorum infra angulos rectos) vel demum tota linea sit penitus recta & parallela horizonti; singulæ duæ potentiæ, perinde sustinent medietatem globi, per virtutem & conatum præcisè æqualem ipsi medietati. Si autem linea non sit rigida, in primo duntaxat ex tribus casibus, potentiæ exercent conatum æqualem medietati globi. Si verò medietates lineæ faciant angulos cum perpendiculo globi, singulæ duæ potentiæ necessariò exercent duplicem conatum: primus est æqualis medietati globi, alius est æqualis violentiæ, quam patiuntur singulæ medietates lineæ, dum faciunt angulos cum perpendiculo globi; & quò majores sunt anguli infra rectos, eò violentiæ sunt majores. Fortasse autem, linea non rigida, quæ sit onusta ingenti pondere, nequit pati tantam violentiam, ut constituat rectam horizonti parallelam.

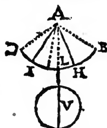
Horum omnium veritas auribus percipietur, si linea non rigida de quâ dictum est, sit nervus sonorus. Nam pulsando utranque medietatem, in primo casu editur sonus minimùm acutus, in secundo casu sonus est magis acutus; & si anguli fiant adhuc majores, etiam soni evadunt

magis

magis acuti: Ergo licet in primo & secundo casu, medietates globi existant staticè in medietatibus nervi; nihilominus, hæ minimam tensionem habent in primo casu, majorem in secundo, maximam in tertio si est possibilis. Adeoque patet, augeri tensiones nervorum, & sonos evadere magis acutos, licet non augeantur partes globi quæ existunt in nervis obliquis. Est ergo evidens, in primo duntaxat casu, tensionem ac sonum æquari medietati globi, adeoque per tensiones ac sonos nervorum obliquorum non posse indagari partes globi quæ existunt staticè in nervis obliquis. Hæc autem doctrina locum habet etiam ubi anguli HAL, IAL, sint invicem inæquales.

Si centrum globi F congruat cum puncto A sectoris LCAB, omnia quę dicta sunt de sectore, applicari debent globo, ut ostendimus in scholio lemmatis 5. eademque doctrina locum habet in semicirculo & in residuo sectoris. Nam hæc plana solum differunt, quòd in sectore angulus HAI sit acutus, in semicirculo sit rectus, in residuo sectoris sit obtusus. Itaque si globus A sustineatur per fila HA, IA, & per arcum concentricum CB, tota gravitas globi A existit in perpendiculo LA relatè ad sustentationem in L; ac recta LA residet inter medietates globi A. Eadem recta LA, relatè ad sustentationes in H & I, residet inter partes inæquales globi, quæ existunt staticè in rectis HA, IA, & sunt pondera totalia invicem distincta, & reciproca arcuum HL, IL, & angulorum HAL, IAL, ac non habent centrum gravitatis commune. Preinde, si ablato arcu CB, rigidæ sustinean-

ftineantur eodem modo in H & I a duabus potentiis, non datur ulla sustentatio, nec datur existentia statica ullius gravitatis in perpendiculo LA, sed solum datur existentia statica partium globi A in rectis HA, IA; eædemque partes sunt reciprocæ angulorum HAL, IAL, & arcuum imaginariorum HL, IL; premunt potentias H & I; ac sunt pondera invicem distincta, seu non habent centrum commune gravitatis.



Si rigidæ HA, IA sint radii arcus rigidi CB; radius verò LA sit perpendiculum globi V suspensi ex L, ac potentiæ A sustinentis rigidas HA, IA; partes globi V quæ existunt in radiis HA, IA, & premunt potentiam A, sunt reciprocæ arcuum HL, IL, & angulorum HAL, IAL. Itaque, si arcum CB unicè sustineant duæ potentiæ in H & I, partes globi quæ premunt potentias, sunt reciprocæ arcuum HL, IL, & angulorum, quos radii imaginarii HA, IA, faciunt cum perpendiculo LA. Constat demum ex defin. 6, arcum CB sustentatum in H & I ac habentem pondus in L, posse reduci ad vectem secundi generis.

PROPOSITIO XIV.

SI globus A cujus perpendiculum sit AM, sustineatur in F & G; partes globi quæ existunt in radiis AF, AG, ac premunt potentias F & G, sunt reciprocæ angulorum FAM, GAM, & arcuum FM, GM; non verò sunt reciprocæ sinuum rectorum FR, GT.

Diametri FC, GB sint prolongatæ in H & I

D per

per lineas rigidas CH, BI; perpendiculum MA sit prolongatum in L, & ex centro A fiat arcus imaginarius ILH. Perinde est globum A sustineri in H & I, vel in F & G. Nam anguli oppositi, ex 15. I. Elem. sunt æquales; & arcus FM, GM, sunt similes arcubus HL, IL, ex coroll. 2. lemmatis 1. Sed si globus A sustineatur in H & I, partes globi quæ existunt in radiis HA, IA, & premunt potentias H & I, sunt reciprocæ angulorum HAL, IAL, & arcuum HL, IL, ut ostendimus in scholio propos. 13. Ergo si globus sustineatur in F & G, partes globi quæ existunt in radiis AF, AG, ac premunt potentias F & G, sunt reciprocæ angulorum FAM, GAM, & arcuum FM, GM. Adeoque per lemma 2, non sunt reciprocæ sinuum rectorum FR, GT.

Corollarium I.

Itaque ex propos. 13. ejusque corollario & scholio, partes globi A, quæ existunt staticè in radiis AF, AG, exercent momenta solius gravitatis, quia non habent ullam distantiam a potentiis F & G. Præterea, eædem partes globi non differunt staticè a duobus ponderibus totalibus invicem divisis, & non habent centrum gravitatis commune.

Corollarium II.

Potentiæ F & G premuntur partibus globi A reciprocis angulorum FAM, GAM. Ergo si una potentia applicetur in M, alia in F, adeoque detur solus angulus FAM; potentia M

pre-

premitur toto pondere globi A, potentia F non premitur pondere ullo, sed merè tangit globum, ut poscit ratio reciproca.

PROPOSITIO XV.

IUxta hypothesim propositionis 14, in perpendiculo AM non existit staticè ulla gravitas globi A.

Globus A non descendit perpendiculariter, nec premit potentiam applicatam in M, & impedientem descensum perpendicularem. Sed solum in alterutrâ hypothesi exercetur gravitatio & existit gravitas in perpendiculo AM ex cor. prop. 3. & scholio prop. 13. Ergo &c.

PROPOSITIO XVI.

SI globus A, cujus perpendiculum sit AM, sustineatur in F, & G; partes globi quæ non existunt staticè in radiis AF, AG, & non premunt potentias F & G, sunt ut anguli FAM, GAM; & ut arcus FM, GM; non autem sunt ut sinus recti FR, GT.

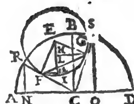
Si globus A sit 6. librarum, & angulus GAM sit duplus anguli FAM, pars quæ existit in radio AF est quadrilibris, pars quæ existit in radio AG est bilibris ex prop. 14. Ergo pars quæ non existit in radio AF, est bilibris, pars quæ non existit in radio AG est quadrilibris. Nam partes quæ non existunt in radiis AF, AG, sunt reciprocæ partium quæ in eis existunt: imò pars gravitatis quæ existit in unoquoque radio, est reciproca ejus quæ non existit in ipso & existit in alio radio. Sed partes quæ existunt in radiis AF, AG, sunt reciprocè ut anguli GAM, FAM, ex prop. 14. Ergo partes quæ non existunt in AF, AG, sunt ut ipsi anguli FAM,

GAM, & ex lemmate 2, non sunt ut sinus recti FR, GT, Id ipsum dicendum est de partibus, quæ non existunt in rectis HA, IA, juxta hypothesim propositionis 14.

Corollarium.

SI innotescant partes determinatæ globi, quæ premunt singulas potentias F & G, innotescunt partes globi, quæ non premunt easdem potentias, & simul innotescit gravitas absoluta totius globi. Ergo anguli FAM, GAM, exprimunt quantitates partiales globi, tum relativas, tum etiam absolutas.

PROPOSITIO XVII.



SI plana declivia RC, SC, seu sint seu non sint invicem normalia, faciant angulos RCA, SCD, cum rectâ horizontali AD, ac sustineant globum E in F & G: partes globi quæ existunt in radiis contactuum EF, EG, ac premunt singula plana, sunt reciprocè ut anguli SCD, RCA.

Ex prop. 14. partes quæ existunt in radiis EF, EG, ac premunt potentias F & G, nimirum premunt plana RC, SC, sunt reciprocè ut anguli GEI, FEI. Ergo ex lemmate 3, sunt reciprocè ut anguli SCD, RCA. Nam anguli SCD, GEI ex normalibus sunt æquales, ac similiter anguli RCA, FEI.

Corollarium I.

ITaque, partes globi E, quæ non existunt in radiis contactuum EF, EG, & non premunt plana RC, SC, sunt ut anguli RCA, SCD, ex prop.

prop.16.ac mutatis angulis RCA,SCD,ſed non mutatâ eorum proportione, non mutantur partes quę premunt ac partes quę non premunt ſingula plana.Mutatur autem proportio angulorũ, quoties mutatur ſolum unus e duobus angulis.

Corollarium II.

SInus recti SO, RN, invicem paralleli, ac normales rectæ horizontali AD, ſunt ut ſinus recti GH, FM, ex coroll. 2. lemmatis 3. Atqui ex prop. 16, partes globi quæ premunt potentias F & G, non ſunt reciprocè ut ſinus GH, FM. Ergo partes quæ premunt plana RC, SC, non ſunt reciprocè ut ſinus SO, RN. Similiter partes quæ non premunt plana RC, SC, non ſunt ut ſinus RN, SO, neque ut ſinus FM, GH.

Scholion.

TRiangula RNC, COS, non ſunt rectilinea nec rectangula, ut a nobis accipiuntur. Nam linea horizontalis AD non eſt recta ſed curva; & perpendicula RN, SO, non ſunt invicem parallela, ſed faciunt angulos in centro Mundi. His tamen non obſtantibus, demonſtrationes noſtræ ſunt geometricæ in toto rigore. Nam quæ dicuntur de angulis RCN, SCO, vera ſunt ratione angulorum FEI, GEI, qui in toto rigore ſunt rectilinei.

PROPOSITIO XVIII.

SI globus E nitatur planis declivibus RC, SC; duæ preſſiones quas plana ſuſtinent in contactibus F & G, ſunt momenta ſolius gravitatis; eaſque cauſant partes determinatæ globi, quia partes illæ exiſtunt in radiis EF, EG, normalibus ad ipſa plana RC, SC.

Seu plana RC, SC, sint seu non sint invicem normalia, pressiones quas plana sustinent in F & G, non sunt momenta composita ex gravitate ac distantiâ, sed sunt momenta solius gravitatis ex propos. 13. & ex coroll. 1. prop. 14. Sed ideo sunt momenta solius gravitatis, quia partes globi ex quibus oriuntur, non habent ullam distantiam a contactibus F & G: videlicet juxta scholion prop. 5. quia existunt staticè in radiis EF, EG, normalibus ad plana RC, SC. Ergo si globus &c.

Corollarium I.

IN sensu composito quòd globus sustineatur a planis RC, SC, omnis descensus globi est impossibilis, ac nulla pressio exercetur in perpendiculo EI ex prop. 15. Ergo duæ tantum pressiones exercentur a globo E in radiis EF, EG, quæ ordinantur immediatè ad tollenda impedimenta descensûs perpendicularis, non autem ad ipsum descensum. Alioquin, singula puncta radiorum EF, EG, exercerent duas reales pressiones, unam per lineam obliquam EF vel EG; aliam per lineam perpendicularem, quod est impossibile.

Corollarium II.

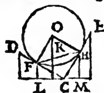
SI arcus FIG esset linea rigida cum pondere in I, potentiæ F & G premerentur pondere illo, reciprocè ad arcus FI, GI; & arcus FIG esset vectis secundi generis ut ostendimus in scholio prop. 13. Hinc tamen non sequitur, arcum FIG globi E esse vectem, quia in radio EI non exercetur ulla pressio ex prop. 15. adeoque pondus nullo modo est in I.

PRO-

PROPOSITIO XIX.

SI plana declivia RC, SC, seu sint seu non sint normalia, sustineant in F & G globum E: recta FG, quam secat in L perpendiculum EI ex centro globi, non gerit munus vectis cum pondere in L.

Recta FG nequit esse vectis cum pondere in L, nisi pondus sit applicatum in L, ac partes ejus sint reciprocè ut rectæ GL, FL, ut colligitur ex dictis in scholio prop. 7. Sed neutrum verificatur. Nam in perpendiculo LI ex propos. 15. non fit ulla pressio, adeoque nullum pondus existit in L: partes verò quæ premunt plana RC, SC, sunt reciprocè ut arcus GI, FI, ex prop. 14, adeoque non sunt reciprocè ut rectæ GL, FL, quæ sunt ut rectæ GH, FM ex lemmate 6. Ergo recta FG non est vectis.



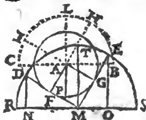
Similiter, ex hypothesi quòd plana DC, EC, sint normalia, & sustineant globum O, recta FH non est vectis cum pondere in R. Quia in perpendiculo OR non fit ulla pressio; partes verò quæ premunt plana DC, EC, non sunt reciprocè ut rectæ HR, FR; videlicet ex coroll. 2. lemmatis 6, non sunt reciprocè ut perpendicula HM, FL.

Corollarium.

EX his refellitur Vitalis Jordanus, qui in suo Fundam. prop. 13. & 15. docet, rectam FH esse vectem cum pondere in R. Corruit etiam assertio A. Marchetti in rationibus X. Conclusionum pag. 33, quod globus O, tres pressiones exerceat, in perpendiculis FL, HM, OR.

PROPOSITIO XX.

SI plana declivia DM, EM, sustinentia globum A sint normalia; partes globi quæ



existunt staticè in radiis contactuum AF AG, & premunt plana DM, EM, sunt ut anguli DMT, EMT, quos ipsa faciunt cum perpendiculo HM.

Ex lemmate 3, anguli DMT, EMS, sunt æquales, & similiter anguli EMT, DMR. Sed partes globi quæ existunt staticè in radiis AF, AG, & premunt plana DM, EM, sunt reciprocè ut anguli EMS, DMR, ex prop. 17. Ergo sunt ut anguli DMT, EMT. Porrò propter angulum FAG rectum, globus sustentatus in F & G, non differt staticè a semicirculo CLB qui sit gravis, & sustineatur in H & I. Videatur scholion prop. 13.

Corollarium.

ANguli DMR, EMS, metiuntur partes globi A quæ non premunt plana DM, EM, ex coroll. 1. prop. 17. anguli DMT, EMT, metiuntur partes globi quæ premunt plana DM, EM, ex hac propos. Quemadmodum autem eadem apertura est anguli DMR & EMT, ita eadem pars globi non premit planum DM, & premit planum EM. Sicut eadem apertura est anguli EMS & DMT, ita eadem pars globi non premit planum EM & premit planum DM. Jam si plana normalia DM, EM, unà cum globo moveantur ab aliquâ potentiâ circa centrum M versus S, dum planum DM congruit cum perpendiculo TM, planum EM congruit

cum

cum rectâ horizontali SM. Anguli DMT, EMS evanescunt, anguli DMR, EMT evadunt recti; globus non premit planum DM seu TM gravitate ullâ, & premit planum EM seu SM gravitate totali. Ergo quemadmodum, si plana normalia DM, EM sint declivia, ex angulis æqualibus acutis EMS, DMT, prior metitur partem globi quæ non premit planum declive EM, alius metitur eandem partem quæ premit planum declive DM; ex angulis æqualibus acutis DMR, EMT, prior metitur partem globi quæ non premit planum declive DM, alius eandem partem quæ premit planum declive EM: ita si planum DM congruat cum perpendiculo TM, & planum EM cum rectâ horizontali SM; ex angulis rectis TMR, SMT, prior metitur totum globum qui nullatenus premit perpendiculum TM, alius metitur eundem globum qui totâ gravitate premit planum SM. Et consequenter, pars globi quæ premit planum declive DM vel EM, ad totum globum qui premit rectam horizontalem SM, est ut angulus acutus DMT vel EMT, ad rectum SMT: pars globi quæ non premit planum declive DM vel EM, ad totum globum qui nullatenus premit perpendiculum TM, est ut angulus acutus DMR vel EMS, ad angulum rectum TMR.

PROPOSITIO XIX.

SI globus A sustineatur a planis normalibus DM, EM, anguli DMT, EMT, quos plana declivia faciunt cum perpendiculo TM, sunt anguli inclinationis: anguli EMS, DMR, quos plana declivia faciunt cum rectâ horizontali RS, sunt anguli elevationis.

Ex

Ex coroll. prop. 20. pars globi quæ premit planum inclinatum DM vel EM, ad totum globum qui premit rectam horizontalem, est ut angulus acutus DMT, vel EMT, ad rectum SMT. Pars globi quæ non premit planum elevatum DM vel EM, ad totum globum qui nullatenus premit planum verticale TM, est ut angulus acutus DMR vel EMS, ad rectum TMR. Ergo per axioma 3, anguli DMT, EMT; seu per axioma 5, anguli MDN, MEO, sunt anguli inclinationis. Anguli DMR, EMS, sunt anguli elevationis.

Corollarium.

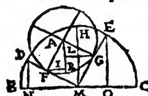
Unumquodque duorum planorum declivium DM, EM, est potentia impediens descensum globi super altero plano. Ergo juxta coroll. 1. propos. 14. pressiones quas sustinent planum DM & potentia G, sunt momenta solius gravitatis, & æquantur partibus globi quæ existunt in radiis AF, AG; pressiones quas sustinent planum EM ac potentia F, sunt momenta solius gravitatis, & æquantur partibus globi quæ existunt in radiis AG, AF. Rursus ex lemmate 3, angulus elevat. unius plani est æqualis angulo inclin. alterius plani. Ergo partes globi A quæ existunt in radiis AF, AG, parallelis ad plana EM, DM, ac non premunt plana EM, DM, sed premunt potentias F & G, sunt ut anguli elevat. EMO, DMN. Partes globi, quæ existunt in radiis AG, AF, normalibus ad plana EM, DM, & premunt eadem plana EM, DM, sunt ut anguli inclin. MEO, MDN. Itaque si consideremus, globum sustineri a plano DM & a potentiâ G, tota gravitas globi est divisa

visa solùm in duas partes. Una existit in radio AF normali ad DM, ac premit ipsum planum DM; altera existit in radio AG parallelo ad DM, ac non premit planum DM sed potentiam G; atque una pars est reciproca alterius: nulla autem pars globi existit in radio AP normali ad horizontem ex prop. 15. Eademque doctrina locum habet, si consideremus globum sustineri a plano EM & a potentiâ F. Porrò si globus A sit *6*. librarum, & angulus elevat. DMN sit 30. graduum, angulus inclinat. MEO est 30. grad. angulus verò tum elevat. EMO, tum inclin. MDN est *6*0. grad. Pars bilibris globi A premit potentiam G, pars quadrilibris premit planum DM. Pars autem bilibris ad quadrilibrem, est ut angulus elev. DMN 30. grad. ad angulum inclin. MDN *6*0. grad. & una pars est reciproca alterius, sicut unus angulus est reciprocus alterius. Pars quadrilibris premit potentiam F, pars bilibris premit planum EM. Pars autem quadrilibris est reciproca partis bilibris, sicut angulus elev. EMO est reciprocus anguli inclin. MEO. Possunt etiam disjungi plana DM, EM, itaut globi æquales sustineantur, unus a plano DM & a potentiâ G; alius a plano EM & a potentiâ F. Quæ dicuntur de angulis elev. DMN, EMO, & inclin. MEO, MDN, vera sunt ratione angulorum FAP, GAP, qui sunt rectilinei, & simul sumpti constituunt angulum rectum FAG, ut notavimus in scholio propos. 17.

PROPOSITIO XXII.

SI globus A nequeat descendere super plano EM, propter obicem potentiæ F applicatæ

catæ radio AF parallelo ad EM; pars globi quæ existit in radio AF & premit potentiam F, ad totum globum, est ut angulus elev. EMO ad angulum rectum. Si globus A nequeat descendere super plano DM, propter obicem potentiæ G applicatæ radio AG parallelo ad DM; pars globi quæ existit in radio AG & premit potentiam G, ad totum globum, est ut angulus elevat. DMN ad rectum.



Juxta hypothesim de quâ in coroll. prop. 21, partes globi quæ existunt in radiis AF, AG, parallelis ad EM, DM, ac premunt potentias F & G, sunt ut anguli elev. EMO, DMN. Eædemque partes ad totum globum ex coroll. prop. 20. sunt ut anguli EMO, DMN, ad rectum. Ergo pars globi quæ existit in radio AF & premit potentiam F, ad totum globum, est ut angulus elevat. EMO ad rectum. Pars quæ existit in AG & premit potentiam G, ad totum globum, est ut angulus elevationis DMN ad rectum.

Corollarium.

Itaque per lemma 2, pars globi quæ existit in radio AF, & premit potentiam F, ad totum globum, non est ut sinus rectus GL ad sinum totum GA; neque ut sinus rectus EO ad sinum totum EM. Pars globi quæ existit in radio AG & premit potentiam G, ad totum globum, non est ut sinus rectus FI ad sinum totum FA; neque ut sinus rectus DN ad sinum totum DM.

Sche-

Scholion.

P. Eschinardus tomo 1. Cursûs Mathem. Append. 4. docet, potentiam F quæ detineat globum immotum per applicationem ad radium FA parallelum plano EM, *resistere ad æqualitatem parti gravitatis, quæ causaret descensum globi super plano declivi EM, si abesset potentia F.* Ergo legitimè arguendo juxta hæc principia verissima, pars gravitatis quæ causaret descensum globi super plano declivi EM, ad totam gravitatem, est ut angulus elevat. EMO ad rectum; ac nullo modo est ut sinus rectus GL aut EO, ad sinum totum GA vel EM. Videatur scholion propos. 26.

PROPOSITIO XXIII.

Si in triangulis rectangulis æqualibus DNM, EOM, invicem sejunctis, hypotenusæ DM, EM sint plana inæqualiter declivia, bases verò NM, OM sint parallelæ horizonti, & globi æquales nequeant descendere super planis DM, EM, propter obicem potentiarum G & F, quæ sint applicatæ radiis GA, FA globorum parallelis ad plana DM, EM: partes globorum quæ existunt staticè in radiis AG, AF, & premunt potentias G & F, sunt ut anguli elev. DMN, EMO: partes globorum quæ existunt in radiis AF, AG; & premunt plana DM, EM, sunt ut anguli inclin. MDN, MEO.

In triangulis DNM, EOM sejunctis, bases supponuntur parallelæ horizonti, ut angulus elev. unius plani declivis æquetur angulo inclin. alterius plani juxta lemma 3. Itaque si globi sint 6. libr. & angulus elev. DMN sit 30. grad. angulus inclin. MEO est 30. grad. angulus

lus elev. EMO & inclin. MDN est 60. grad. Pars bilibris unius globi existit in radio AG & premit potentiam G; pars quadrilibris alterius globi existit in AF & premit potentiam F, ut patet ex coroll. prop. 21. Pars verò bilibris ad quadrilibrem est ut angulus elev. DMN 30. grad. ad angulum elev. EMO 60. grad. Similiter pars quadrilibris unius globi existit in AF & premit planum DM; pars bilibris alterius globi existit in AG & premit planum EM. Pars autem quadrilibris ad bilibrem est ut angulus inclin. MDN 60. grad. ad angulum incl. MEO 30. grad. Ergo tota propositio est manifesta.

Corollarium I.

IN eisdem planis DM, EM sejunctis, pars bilibris unius globi quæ existit in AG & premit potentiam G, una cum parte quadrilibri alterius globi æqualis, quæ existit in AF & premit potentiam F, æquatur totali gravitati uniuscujusque globi, quæ est 6. libr. sicut angulus elev. DMN 30. grad. una cum angulo elev. EMO 60. grad. alterius plani æquatur angulo recto. Pars quadrilibris unius globi quæ existit in AF & premit planum DM, una cum parte bilibri alterius globi quæ est in AG & premit planum EM æquatur totali gravitati, sicut angulus inclin. MDN 60. grad. una cum angulo inclin. MEO 30. grad. æquatur angulo recto.

Corollarium II.

IN eisdem planis sejunctis, pars unius globi quæ existit in radio AG & premit potentiam G, ad partem ejusdem globi quæ premit planum DM est ut angulus elev. DMN ad angulum

gulum inclin. MDN ejusdem plani DM. Pars alterius globi quæ premit potentiam F, ad partem ejusdem globi quæ premit planum EM est ut angulus elev. EMO ad angulum inclin. MEO ejusdem plani EM. Pars unius globi quæ premit potentiam G, æquatur parti alterius globi quæ premit planum EM, sicut angulus elev. DMN, æquatur angulo inclin. MEO. Pars unius globi quæ premit potentiam F, æquatur parti alterius globi quæ premit planum DM, sicut angulus elev. EMO, æquatur angulo inclin. MDN.

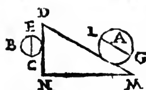
PROPOSITIO XXIV.

SI duo plana declivia sustinentia globum, non sint normalia, partes globi quæ premunt singula plana, non sunt ut eorum anguli inclinationis; partes quæ non premunt singula plana, non sunt ut eorum anguli elevationis.

Mutatis inclinationibus & elevationibus planorum, ac non mutatâ proportione angulorum, quos plana declivia faciunt cum rectâ horizontali, non mutantur partes globi, tum quæ premunt, tum quæ non premunt singula plana, ex prop. 17, & ex coroll. ejus 1. Ergo &c.

PROPOSITIO XXV.

SI globi B & A nequeant descendere, unus perpendiculariter, propter obicem potentiæ C, applicatæ diametro CE normali ad horizontem; alius super plano declivi DM, propter obicem potentiæ G, applicatæ diametro GL parallelæ ad DM; globi verò A & B sint reciprocè ut anguli N & M trianguli rectanguli DNM, seu globus B ad globum A sit ut angu-



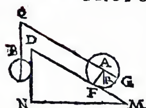
angulus elev. M ad rectum N: potentiæ C & G gravantur æqualiter. Angulus elev. M sit subtriplus anguli recti N, & globus B sit unius libræ, adeoque globus A sit 3. libr. potentia C sustinet unam libram ex propos. 1. & similiter potentia G ex propos. 22. Ergo &c. Idem dicendum est de potentiis C & G, si tempore æquali elevent ipsos globos per easdem diametros CE, GL. Neque una elevatio est violentior vel difficilior aliâ: nam ex coroll. prop. 7. applicatio ad lineam obliquam GL, staticè non differt ab applicatione ad lineam perpendicularem CE.

Corollarium.

SI supponamus, momentum globi A descendentis super plano declivi DM, ad momentum totale ipsius globi descendentis perpendiculariter, esse ut globum B ad globum A; momentum globi A descendentis super DM æquatur gravitati unius libræ, quæ existit in diametro LG parallelâ ad DM; sicut momentum ejusdem globi A descendentis perpendiculariter, æquatur gravitati trilibri, quæ dum globus descendit perpendiculariter, existit in diametro normali ad horizontem. Sed gravitas unius libræ ad gravitatem trilibrem, est ut angulus elev. DMN 30. grad. ad angulum rectum. Ergo momentum ad momentum, est ut angulus elev. ad rectum; & ex lemmate 2, non est ut sinus rectus DN ad sinum totum DM.

PRO-

PROPOSITIO XXVI.

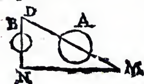


SI globi B & A propositionis 25. detineantur immoti a potentiâ Q per filum BQA, cujus una pars sit normalis horizonti, altera sit parallela plano declivi DM; ac supponamus, conatum quem adhibet potentia Q nullatenus differre a conatibus simul sumptis, quos adhibent potentiæ C & G propositione 25. globus B ad globum A est ut angulus elev. M ad rectum N.

Patet ex prop. 25. Quare autem apposita fuerit ea conditio, videatur scholion prop. 13.

Corollarium I.

PArs globi A quam non sustinet planum DM, & globus B, exercent momenta pressionum æqualia, & iccircò duo globi manent immoti. Ergo totus globus A & totus globus B non exercent momenta pressionum æqualia. Et licet duo globi inæquales maneant immoti, non tamen sunt æquiponderantes, nec faciunt æquilibrium.



Si iidem globi sint inserti lineis rigidis DM, DN, quæ transeant per centra globorum, & sinant illos liberè descendere, descensus verò impediantur per filum ex quo globi sint suspensi, ac filum ipsum sustineatur in puncto D: vertex D trianguli gerit munus potentiæ, quæ utrunque globum detineat immotum.

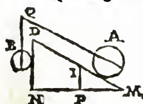
Corollarium II.

SI globus A sustineatur in G & F, partes quæ existunt in radiis AG, AF, ac premunt potentiam G & planum DM, sunt reciprocè ut anguli FAR, GAR, ex prop.14. & in radio AR non existit staticè ulla gravitas ex prop. 15. Itaque si globus sustineatur in F & Q, pars globi quæ existit in rectâ QA, ad partem quæ existit in rectâ FA, est ut angulus elev. M ad angulum inclin. D, ex coroll. prop. 21. nam angulus GAR ex parallelis ad angulum inclin. est illi æqualis; angulus FAR ex normalibus ad angulum elev. est illi æqualis ex lemmate 3.

Corollarium III.



SI una potentia trahat sursum fila BD, BC, quæ transeant per foramen positum in B, & habeant in D & C pondera reciproca angulorum D & C trianguli rectanguli BDC; potentia sustinet pondus D & partem ponderis C æqualem ponderi D, pondus verò D ad pondus C, est ut angulus elev. C ad rectum ex prop. 25, & 26. ac non est ut sinus rectus BD ad sinum totum BC ex lemmate 2. Idipsum dico, si duæ partes fili, quibus alligati sint duo globi propositionis hujus 26. transeant per foramen positum in Q, ac trahantur sursum a potentiâ. Si autem in triangulo rectangulo DNM, rectæ DN, IM, sint æquales, ac recta IP sit normalis ad NM; adeoque recta DM ad IM seu ad DN, sit ut DN ad IP, ex 2. VI; ac supponamus, filum cum globis A & B sustineri in Q a potentiâ, quæ sinat filum liberè excurrere, globum verò



verò B trahi deorsum ab aliâ potentiâ ex D in N, ut eodem tempore globus A promoveatur ex M in I; neganda est consequentia hujus enthymematis: Dum globus B descendit ex D in N, globus A qui promovetur ex M in I, ascendit perpendiculariter ex P in I. Ergo globus B ad globum A est reciprocè ut recta IP ad IM, velut sinus rectus DN ad sinum totum DM; ac non est ut angulus M ad N. Supponitur in hoc argumento, globos A & B esse reciprocos velocitatum PI, DN; atque hinc oriri, ut globi inæquales æquiponderent, ac nequeant moveri nisi a potentiâ extrinsecâ: quæ omnia corruunt ex prop. 8. & 9.

Similiter si in triangulo rectangulo BDC, rectæ HD, EC, sint æquales, ac recta EA sit normalis ad DC; una verò potentia trahat sursum fila BD, BC, ut nuper dicebam: neganda est consequentia hujus enthymematis: Dum potentia ascendit ex B in F, pondus D ascendit ex D in H, & pondus C quod promovetur ex C in E, ascendit perpendiculariter ex A in E. Ergo pondus D ad pondus C, est ut recta EA ad EC, & ut sinus rectus BD ad sinum totum BC. Videatur scholion prop. 52.

Scholion.

GAlileus in addit. ad Dial.III.de motu, Stevinus lib. I. Staticæ prop. 19, & alii asserunt, *Momentum partiale gravis ut descendat per planum DM, ad momentum totale ut descendat perpendiculariter, esse ut pondus B ad pondus A*.

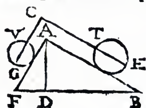
Itaque juxta hæc principia, momentum globi A ut descendat super plano declivi DM, ad totale momentum ipsius, est ut angulus elev. DMN ad rectum, ac non est ut sinus rectus DN ad sinum totum DM. Præterea, momenum globi descendentis super DM oritur ex gravitate unius libræ, quæ existit staticè in rectâ QG parallelâ ad DM; eamque perinde sustinet vel potentia Q vel planum EM normale plano DM. Et consequenter, momenta descensuum rectè indagantur per eorum impedimenta, si hæc sint applicata lineis descensuum, ut etiam innuit P. Eschinardus, de quo in scholio prop. 22. Itaque, nisi Galileum, Stevinum aliosque doctissimos Autores Jordanus eximat e numero mechanicorum, immeritò affirmat in suo Fundamento pag. 97. edit. sec. *Diametros globorum parallelas planis declivibus, apud omnes mechanicos esse lineas motuum, non propensionum*. Et perperam negat, fieri posse ut *globi descendentes super planis declivibus exerceant sua momenta per diametros parallelas eisdem planis*.

PROPOSITIO XXVII.

SI globi T & V, incumbentes planis AB, AF, inæqualiter declivibus, detineantur immoti a potentiis E & G, quæ sint applicatæ diametris parallelis ad plana; pondera verò globorum T & V sint reciprocè ut anguli elev. AFD, ABD: potentiæ E & G gravantur æqualiter.

Pars globi T quam sustinet planum AB ad eam

eam quam sustinet potentia E est ut angulus in-



clin. BAD ad angulum elevat. ABD, ex coroll. 2. prop. 26. ac pars globi V quam sustinet planum AF, ad eam quam sustinet potentia G, est ut angulus inclin. FAD, ad angulum elev. AFD. Sed si globus T sit 6. libr. globus V sit 3. libr. angulus elev. AFD sit 60. gr. angulus elev. ABD sit 30. gr. nimirum si pondera globorum sint reciprocè ut anguli elev. planum AB sustinet 4 libras, potentia E sustinet 2. libras, ut exigit proportio anguli incl. 60. gr. ad angulum elev. 30. grad. Planum AF sustinet unam libram, potentia G sustinet 2. libras, ut exigit proportio anguli inclin. 30. gr. ad angulum elev. 60. gr. ac potentiæ E & G sustinent singulæ 2. libras. Ergo &c.

Neque opus est ut triangula rectangula ADB, FDA sint similia. Si enim globus V sit 6. libr. globus T sit 9. libr. & angulus elev. F sit 60. gr. angulus elev. B sit 40. gr. planum AB sustinet 5. libras, potentia E sustinet 4. libras, ut exigit proportio anguli incl. 50. gr. ad angulum elev. 40. gr. Planum AF sustinet 2. libras, potentia G sustinet 4. libras, ut exigit proportio anguli incl. 30. gr. ad angulum elev. 60. gr. Ergo &c.

Corollarium I.

ITaque si globi T & V detineantur immoti à potentiâ C per filum, cujus partes sint parallelæ planis AB, AF; ac supponamus, applicationem in C staticè non differre ab applica-

 tioni-

tionibus in E ac G simul sumptis: potentia C sustinet ex utroque globo easdem partes invicem aequales, quas antea sustineri diximus a potentiis E & G.

Corollarium II.

SI globi T & V, inserti lineis rigidis AB, AF, essent suspensi ex filo sustentato in A & manerent immoti; vertex A gereret munus potentiae C, vel duarum potentiarum E & G. Hanc eandem suppositionem adhibuit cl. Torricellius prop. 2. de motu gravium.

Scholion.

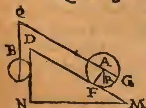


SI globi R & S sustineantur a planis declivibus AF, DB, & a potentiis C & E in diametris parallelis ad plana; pondera verò globorum R & S sint reciprocè ut anguli inclin. D & A; plana AF, DB gravantur aequaliter. Nimirum si angulus D sit 60. gr. angulus A sit 30. gr. globus R sit 6. libr. globus S sit 3. libr. planum AF gravatur 2. libris, potentia C gravatur 4. libris. Planum DB gravatur 2. libris, potentia E gravatur unâ librâ. Si angulus D sit 50. grad. angulus A sit 30. grad. globus R sit 15. libr. globus S sit 9. libr. planum AF gravatur 5. libris, potentia C 10. libris; planum DB 5. libris, potentia E 4. libris.

PROPOSITIO XXVIII.

SI globi A & B propositionis 26. maneant immoti, non habent centrum gravitatis commune.

Ex cor. 1. prop. 14. duae partes globi A quae susti-

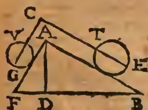


sustinentur in F & Q non habent centrum gravitatis commune, utpote pondera distincta existentia in lineis diversis. Ergo globus A & globus B non habent centrum gravitatis commune.

Corollarium I.

PArs globi A quæ sustinetur in Q per filum QA, staticè non differt a pondere totali suspenso ex Q per filum QB, ex coroll. proposit. 13. Itaque pars globi A quæ non sustinetur a plano DM, & globus B, licet sint pondera æqualia ex prop. 26; nihilominus quatenus habent communem sustentationem in Q sunt staticè unum pondus, & habent centrum commune gravitatis. Pars autem globi A quæ sustinetur a plano DM, staticè est pondus distinctum ab aliâ parte, quæ unà cum globo B sustinetur a potentiâ; ac proinde habet centrum gravitatis peculiare.

Corollarium II.

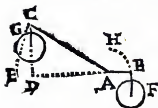


PArtes globorum T & V, quæ sustinentur a potentiâ C per filum, ut diximus coroll. 1. propos. 27, habent unum centrum commune gravitatis; partes verò quæ sustinentur a planis AB, AF, habent centra gravitatis peculiaria; quia duo globi sunt staticè tria pondera; unum sustinetur a potentiâ C, aliud a plano AB, aliud a plano AF.

Scholion.

EVangelista Torricellius initio sui Operis de Motu Gravium postulat aliquid, quod judice P. Eschinardo in tractatu de Impetu num. 53, non potest illi negari. Videlicet postulat, *globos T & V, alligatos filo non posse moveri, nisi debeat descendere centrum gravitatis commune*. Jam autem constare arbitror, postulatum illud niti falso supposito, ac non posse concedi.

PROPOSITIO XXIX.



SI in vecte primi generis CAB sustentato in A, pondera F & G sint æqualia, pars verò AB ipsius vectis sit parallela horizonti, pars AC sit elevata, ductoque perpendiculo DC, & prolongatâ BA in D, sit BA minor quàm DA: pondus G descendit virtute illius partis gravitatis, ob quam pondus G ad pondus F habet rationem reciprocè majorem, quam habeat distantia BA minor ad distantiam DA majorem.

Vectis CAB, habens pondus G in perpendiculo CD, staticè non differt a vecte DB habente pondera in D & B, ut colligitur ex prop. 6. Ergo vectis CAB nequit manere immotus, ita ut brachium BA congruat cum lineâ horizontali BD, quia pondus G non est minus pondere F, sicut distantia BA est minor distantiâ DA: hinc enim sequitur, centrum gravitatis commune ponderum F & G, non esse in perpendiculo

culo potentiæ A, ſed eſſe inter A & D, ut patet ex coroll.1. propoſ.7. Et conſequenter pondus G deſcendit virtute illius partis gravitatis, ob quam, pondus G, ad pondus F, habet rationem reciprocè majorem, quàm habeat diſtantia BA ad diſtantiam DA.

Scholion.

BRachium CA eſt majus rectâ DA. Itaque ſi duo brachia BA CA ſint æqualia, diſtantia BA eſt major diſtantiâ DA; vectis autem CAB nequit manere immotus, itaut brachium BA congruat cum lineâ horizontali DB, niſi pondera F & G ſint reciproca diſtantiarum DA, BA. Porrò ex propoſit.6. vectis DB horizonti parallelus eſt linea recta ſolùm ad ſenſum, verè autem eſt arcus ex centro mundi, ac diſtantias DA, BA, metiuntur tum ipſi arcus DA, BA, tum anguli quos in centro mundi faciunt perpendicula, quæ tranſeunt per puncta A, C, B.

PROPOSITIO XXX.

MOtus globi liberè deſcendentis ſuper plano declivi non eſt violentus globo, ſed eſt merè naturalis.

Ex eo quód aſcenſus globo ſit violentus, utpote contrarius gravitati deorſum impellenti, globus qui careat impedimento extrinſeco ad aſcendendum, non tamen aſcendit. Ergo ſi globo, deſcenſus ſuper plano declivi eſſet violentus, globus qui careat impedimento extrinſeco ad deſcendendum ſuper plano declivi, non tamen deſcenderet. Sed hoc eſt manifeſtè falſum. Ergo &c. Præterea, ex eo quòd globus ſurſum projectus aſcendat motu violento, habet

bet in principio sui motûs velocitatem summam quam potest habere. Paulatim verò minuitur velocitas ascensûs: ac demum prævalente gravitate, globus desinit ascendere. Ergo si globus descenderet violenter super plano declivi, haberet summam velocitatem in principio descensûs, quæ minueretur paulatim, ac licet non deessent partes spatii declivis super quibus fieret descensus, globus desineret descendere. Sed hæc sunt manifestè falsa. Ergo &c.

Corollarium.

ITaque motus globi liberè descendentis perpendiculariter, & motus globi liberè descendentis super plano declivi, sunt similes, quia uterque est descensus naturalis.

Scholion.

IN hypothesi quòd globus descendat super plano declivi, habet impossibilitatem proximam descensûs perpendicularis, adeoque hunc exigit solùm remotè. Concedimus tamen, carentiam descensûs perpendicularis posse dici violentam globo, quia procedit a plano declivi quod est globo extrinsecum, eique globus resistit, premendo ipsum planum gravitate quæ non influit in descensum. Itaque benignâ interpretatione indigent hæc verba Marchetti in rationibus X. Concluf. pag. 30. *Licet, globo descendente super plano declivi, centrum globi moveatur secundum directionem diametri parallelæ ad planum declive; id tamen non facit globus quia habeat talem exigentiam & inclinationem, sed facit ut sic dicam violenter &c.*

PRO-

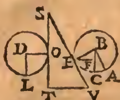
PROPOSITIO XXXI.

SI moles æquales G & F sint suspensæ ex vecte CAB qui habeat brachium CA elevatum, & sit mobilis circa centrum A; distantia verò DA molis G, sit major distantiâ BA molis F; motus sursum molis F per arcum BH est violentus; motus deorsum molis G per arcum CE est naturalis.

Moles F ascendit per arcum BH quia impellitur sursum a motore extrinseco, nimirum a mole G descendente; ac resistit omni ascensui quantum potest. Moles G ex prop. 29. movetur deorsum per arcum CE solâ virtute illius partis gravitatis, ob quam moles G ad molem F sibi æqualem, habet rationem reciprocè majorem, quàm habeat distantia BA minor ad distantiam DA majorem; non verò impellitur deorsum a motore ullo extrinseco, nec repugnat descensui per arcum CE. Immò ille descensus per CE est unicè possibilis ac necessarius moli G. Ergo ascensus molis F est violentus, descensus molis G est naturalis. Porrò dum incipit motus, moles G & F habent a puncto A distantias DA, BA. Descendente verò mole G & ascendente mole F, crescit distantia DA, minuitur distantia BA: distantiam autem CA non habet moles G, nisi quando brachium CA congruit cum lineâ horizontali DA. Itaque delere oportet assumptum & sequelam A. Marchetti in ration. X. Concluf. pag. 29. *Arcus CE est linea solius descensus actualis ponderis G; ac perpendiculum CD est linea exigentiæ seu momenti. Si autem arcus CE esset linea momenti, momenta ponderum æqualium essent ut rectæ CA, BA.*

PRO-

PROPOSITIO XXXII.



SI globus B liberè descendat super plano declivi SV, non exercet ullum conatum ut se dividat a plano SV.

Ex hypothesi quòd globus liberè descendat super plano SV, planum ipsum nullo modo impedit descensum globi. Sed si globus exerceret aliquem conatum ut se dividat a plano SV, talis conatus necessariò supponeret quòd planum impediret descensum (nam conatus est correlativus impedimenti.) Ergo si globus B liberè descendat super plano declivi SV, non exercet conatum ullum ut se dividat a plano SV. Evidens autem est, globum D qui liberè descendat perpendiculariter, tangendo planum ST, non exercere conatum ullum ut se dividat a plano ST. Quæ dicuntur de globis tangentibus plana ST, SV in suis descensibus liberis, valent de globis, qui sint inserti lineis rigidis, habentibus situm verticalem & declivem, ac liberè descendant.

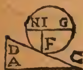
Scholion.

SI superficies plani declivis & globi sint prædita summo lævore, globus in descensu super plano declivi, non rotatur ullo modo circa suum centrum vel axem, ut constat indubitatis experimentis. Oppositum contingit, ubi superficies plani declivis & globi, vel alterutrius careat summo lævore. Nam offendiculum in contactu, retardans descensum globi, & gravitas influens in descensum, causant duos impetus contrarios, qui faciunt ut globus

in

in descensu rotetur circa suum axem vel centrum.

Ex his corruit assertio P. Pauli Casati in Mechan. Lib. 1. cap. 8. quòd *perpendiculũ FI ex puncto contactus F dividat globum in partes inæqualiter graves NI, GI: ac præponderante parte globi in qua est ejus centrum gravitatis, globus in gyrum conversus circa suum centrum, descendat ac rotetur.* Nam ubi superficies globi & plani DC habeant summum lævorem, quem nos exigimus in 1. suppositione, globus non rotatur; ac non fit mutatio ulla in diametro contactûs, neque in diametro, per quam centrum descendit.



PROPOSITIO XXXIII.

SI globi D & B liberè descendant, unus perpendiculariter tangendo planum ST, alter super plano declivi SV; plana ST, SV, in successivis contactibus O & E non sunt fulcra, ex quibus pendeant globi D & B in suis descensibus; ac momenta globorum liberè descendentium non sunt conatus dividendi se ab illis contactibus.

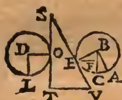
Si globi D & B penderent ex fulcris O & E in suis descensibus, plana ST, SV, sustinerent in suis contactibus pressiones majores totali gravitate globorum D & B, ex prop. 4; & planum ST majorem pressionem sustineret quam planum SV ex prop. 5. nam distantia DO est major quàm distantia FE. Sed hæc sunt evidenter falsa, & pugnant cum ipsâ hypothesi globorum D& B liberè descendentium. Ergo globi D & B non pendent ex contactibus O & E tanquam

ex

ex fulcris. Jam, quia momentum globi D est majus momento globi B, si momenta essent conatus, majorem conatum faceret globus D quàm globus B; & planum ST, majus impedimentum afferret globo D, quàm planum SV afferat globo B. Sed globi non faciunt ullos conatus, & plana non afferunt globis ullum impedimentum ex prop. 32. Ergo momenta non sunt conatus dividendi se a contactibus.

Idipsum demonstratur in hypothesi nostrâ globorum insertorum lineis rigidis verticalibus aut declivibus, & liberè descendentium. Quum enim globi utrovis modo descendant, habeant eadem momenta; si autem sint inserti lineis rigidis, non pendeant ex contactibus: evidens est, momenta non esse conatus dividendi se a contactibus.

Corollarium.



ITaque Marchettus in ration. X. Conclus. pag. 30. 57. 61. & alibi, non benè asserit, globum B pendêre ex distantiâ FE. Similiter pag. 13. & 15. perperam docet, momentum globi super plano declivi esse conatum separandi se a contactu plani declivis.

PROPOSITIO XXXIV.

SI globus D liberè descendat perpendiculariter tangendo planum ST, & globus æqualis B liberè descendat super plano declivi SV; momenta illorum descensuum non habent rationem compositam ex gravitatibus globorum D & B, & ex distantiis radiorum DL, BC,

nor-

normalium horizonti, a contactibus O & E, aut ex ullis aliis diſtantiis.

Momentum globi D eſt omnino idem, ſeu globus tangat planum ST, ſeu non tangat illud planum, aut aliud quodcunque. Nam ſupponimus nihil dari, quod acceleret vel retardet deſcenſum globi D. Sed momentum globi D nihil aliud tangentis, non componitur ex gravitate & ex ullâ diſtantiâ ut eſt evidens. Ergo momentum globi D tangentis planum ST, non componitur ex gravitate totali & ex diſtantiâ DO, aut ex ullâ aliâ diſtantiâ. Jam, quia momentum globi B eſt minus momento globi D, nequit momentum globi B eſse compoſitum, quum momentum globi D non ſit compoſitum. Præterea globi D & B liberè deſcendunt ex hypotheſi. Sed ſi haberent momenta compoſita ex ſuis gravitatibus & ex diſtantiis quibuslibet, non deſcenderent liberè per coroll. propoſ. 5. Ergo globi D & B non habent momenta compoſita. Demum idipſum evidenter conſtat in hypotheſi globorum D & B, qui ſint inſerti lineis rigidis ST, SV, & liberè deſcendant.

Corollarium.

ITaque ire nobis non licet in ſententiam, quam docet Alexander Marchettus in ſcholio propoſ. 1. Fundamentorum univerſæ ſcientiæ de motu uniformiter accelerato, his ferè verbis: *Momentum globi B componitur ex totali gravitate exiſtente in radio BC & ex diſtantia FE; momentum globi D componitur ex totali gravitate exiſtente in radio DL & ex diſtantia DO æquali radio BE. Quum enim puncta O & E ſint veluti fulcra ponderum D & B; diſtet autem centrum*

trum gravitatis globi D a fulcro O per rectam DO, centrum verò gravitatis globi B distet a fulcro E per FE; palam est, gravia D & B æqualia, suspendi ex inæqualibus longitudinibus DO, FE. Iccircò ut DO ad FE, ita momentum globi D suspensi ex O, ad momentum globi B suspensi ex E: quæ non videntur posse revocari in dubium, nisi a mechanicarum rerum prorsus ignaris. Idem assumptum, diu ante Marchettum, eodem medio demonstrandum susceperat Joannes Marcus Marci, libro de proportione motûs propos. 14. ac fortasse uterque autor considerat rectas DO, FE, tanquam vectes, quorum fulcra sint in O & E, ac pondera sint in perpendiculis DL, BC. Verùm, quum globi D & B liberè descendant ex hypothesi; adeoque rectæ DO, BE, non sustineantur in O & E, nec sustineant pondera, quæ gratis dicuntur illis applicata; quomodo rectæ DO, FE possunt esse vectes?

PROPOSITIO XXXV.

MOmentum globi B descendentis super plano declivi SV non est æquale gravitati, quâ premitur potentia C, sustinens globum in radio CB normali ad horizontem.

Ex coroll. 2. prop. 14. potentia C premitur totâ gravitate globi B, ac planum SV merè tangit ipsum in E, nec premitur gravitate ullâ. Ergo momentum totale globi B perpendiculariter descendentis, æquatur gravitati quâ premitur potentia C. Sed momentum globi B descendentis super plano SV non est totale, ex defin. 4. Ergo momentum globi B &c.

Co-

Corollarium.

ITaque mensura quâ Marchettus in Ration. X. Concluf. pag. 13. explorat momentum globi B descendentis super plano SV, applicando potentiam radio CB, est dolosa; eique adversatur Galileus, cujus verba recitavimus in scholio prop. 26.

PROPOSITIO XXXVI.

SI globus liberè descendat super plano declivi, diameter globi parallela plano est linea directionis respectu illius descensûs.

Talis descensus est naturalis ex prop. 30. Et gravitas quæ causat descensum, impellit centrum globi per lineam per quam actu descendit, ut est indubitatum. Videlicet impellit centrum per diametrum globi parallelam plano declivi. Ergo ex defin. 5. illa diameter est linea directionis.

PROPOSITIO XXXVII.

SI globus liberè descendat super plano declivi, talem descensum causat sola & determinata pars gravitatis, quæ existit staticè in diametro globi parallelâ ad planum declive.

Descensus perpendicularis globi est velocior descensu ejusdem globi super plano declivi, ex 3. suppos. Sed descensum perpendicularem causat tota & sola gravitas ex prop. 3. Ergo descensum super plano declivi non causat tota gravitas, sed sola & determinata pars gravitatis; eademque pars impellit centrum globi per diametrum parallelam ipsi plano ex propos. 36. Ergo pars illa gravitatis exercet suam gravitationem & existit staticè in eadem diametro.

Hinc rursus demonstratur, momentum descensûs esse solius gravitatis, ac non esse compositum ex gravitate ac distantiâ. Nam gravitas quæ causat descensum, non habet ullam distantiam a lineâ directionis, per quam gravitas impellit centrum globi; ac nequit assignari ulla alia distantia, quæ simul cum gravitate, componat momentum globi descendentis super plano declivi. Ergo &c.

PROPOSITIO XXXVIII.

SI globus liberè descendat super plano declivi, pressio quam sustinet planum in successivis contactibus, non est momentum compositum ex gravitate ac distantiâ ejus a contactu, sed est momentum solius gravitatis; eamque pressionem causat globus, non totâ gravitate, sed parte duntaxat.

Ex prop. 33. globus liberè descendens, nullo modo pendet ex contactu plani declivis. Atqui ex coroll. prop. 5. globus penderet ex contactu plani declivis si pressio quam sustinet planum in successivis contactibus esset momentum compositum. Ergo non est momentum compositum; adeoque est momentum solius gravitatis. Jam ex 3. supposit. pressio quam sustinet planum horizontale a globo quiescente, est major pressione, quam sustinet planum declive a globo æquali descendente. Sed illam ex coroll. prop. 3. causat globus totâ & solâ gravitate. Ergo istam causat globus, non totâ gravitate, sed parte duntaxat. Adeoque si globus &c.

PROPOSITIO XXXIX.

SI globus liberè descendat super plano declivi, pressio quam a globo descendente sustinet

ſtinet planum, cauſatur a parte gravitatis, quæ exiſtit ſtaticè in diametro contactûs, normali ad planum declive.

Ex propoſ. 38. preſſio quam a globo deſcendente ſuſtinet planum declive non eſt momentum compoſitum ex gravitate ac diſtantiâ, ſed eſt momentum ſolius gravitatis. Ergo hæc preſſio eſt ſimilis preſſionibus, quas a globo quieſcente ſuſtinent ſingula duo plana declivia propoſitionis 18. Atqui preſſiones illæ ſunt momenta ſolius gravitatis ex eâdem propoſ. 18. quia cauſantur a partibus globi quæ exiſtunt in radiis contactuum, normalibus ad plana. Ergo hæc preſſio eſt momentum ſolius gravitatis, quia cauſatur a parte gravitatis quæ exiſtit ſtaticè in diametro contactûs normali ad ipſum planum.

Corollarium.

SI planum declive eſſet mera ſuperficies rigida, & haberet virtutem ſuſtentativam, minorem preſsione quam exercet globus deſcendens, non poſset manere immotum. Itaque planum declive manet immotum ut ſupponimur, quia habet virtutem ſuſtentativam, ſaltem æqualem preſsioni exercitæ a globo, & exercet virtutem æqualem preſsioni exercitæ a globo.

PROPOSITIO XL.

SI globus liberè deſcendat ſuper plano declivi, nulla gravitas exiſtit ſtaticè in diametro globi normali ad horizontem.

Globus eatenus habet ſtaticè gravitatem in aliquâ lineâ, quia exercet gravitationem in illâ lineâ, per Axioma 1. Sed globus deſcendens

ſuper plano declivi non exercet ullam gravitationem in diametro normali ad horizontem. Nam iſta gravitatio nequit exerceri niſi deſcendendo perpendiculariter, aut premendo potentiam, quæ ſit applicata illi diametro, & impediat deſcenſum perpendicularem. Ergo globus deſcendens ſuper plano declivi non habet ſtaticè ullam gravitatem in diametro normali ad horizontem.

PROPOSITIO XLI.

SI globus deſcendat ſuper plano declivi, tota ejus gravitas eſt diviſa ſolùm in duas partes. Una exiſtit ſtaticè in diametro parallelâ ad planum, & cauſat talem deſcenſum. Altera pars exiſtit in diametro normali ad planum declive, ac premit in deſcenſu ipſum planum.

Deſcenſum globi ſuper plano declivi cauſat ſola pars gravitatis, quæ exercet ſuam gravitationem, & exiſtit ſtaticè in diametro parallelâ ad planum, ex prop.37. Preſsionem verò quam ſuſtinet planum in deſcenſu globi, cauſat ſola pars gravitatis, quæ exercet ſuam gravitationem, & exiſtit ſtaticè in diametro normali ad idem planum, ex propoſ. 39. Præter has duas gravitationes, quæ fiunt in prædictis diametris, non fit ulla gravitatio in ullâ aliâ diametro aut lineâ: non enim fit in diametro normali ad horizontem, ex prop. 40; neque in ullâ aliâ diametro, ut eſt manifeſtum. Ergo tota gravitas globi eſt diviſa &c.

Corollarium.

IN duabus diametris exiſtunt duæ partes globi, quæ ſimul ſumptæ ſunt tota & ſola gravitas

vitas globi . Ergo pars exiſtens in unâ diametro , eſt reſidua & reciproca partis exiſtentis in aliâ diametro .

PROPOSITIO XLII.

Seu globus liberè deſcendat ſuper plano declivi , ſeu deſcenſus impediatur per potentiam applicatam lineæ directionis , non mutantur partes gravitatis, quarum una exiſtit ſtaticè in diametro globi parallelâ ad planum declive, altera exiſtit in diametro normali ad ipſum planum .

Si globus deſcendat ſuper plano declivi, tota ejus gravitas eſt diviſa ſolùm in duas partes . Una exiſtit in diametro parallelâ ad planum declive , ac non premit planum ſed cauſat deſcenſum ; altera exiſtit in diametro normali ad planum , ac premit in deſcenſu ipſum planum : una verò pars eſt reciproca alterius ex prop. 41. ejuſque corollario . Si deſcenſus globi impediatur per potentiam applicatam diametro parallelæ ad planum declive , quæ ex prop. 36. eſt linea directionis , tota gravitas eſt diviſa ſolùm in duas partes. Una exiſtit in diametro parallelâ ad planum declive , ac non premit planum ſed potentiam ; altera exiſtit in diametro normali ad planum, & premit ipſum planum ; atque una pars eſt reciproca alterius ex coroll. propoſ. 21. Ergo ſeu globus liberè deſcendat &c.

Corollarium .

Itaque in diametro globi parallelâ ad planum declive exiſtit eadem gravitas partialis, vel globus deſcendat ſuper plano declivi , vel deſcenſus impediatur per potentiam applicatam

illi diametro: quia eadem gravitas partialis, exercet suum impetum ac virtutem, vel causando talem descensum, vel premendo potentiam taliter applicatam. Quemadmodum ex coroll. prop. 3. in diametro globi normali ad horizontem, existit eadem gravitas totalis, vel globus descendat perpendiculariter, vel descensus impediatur per potentiam applicatam illi diametro; quia eadem gravitas totalis, exercet suum impetum ac virtutem, vel causando talem descensum, vel premendo potentiam taliter applicatam. Adeoque hypothesis cl. Galilei & aliorum, de quâ diximus in scholio propos. 26. est absolutè vera, quoties potentia applicetur immediatè ipsi globo; & meritò in Prooemio professi sumus, nostram sententiam penitus congruere cum principiis ejusdem Galilei.

Scholion.

IOrdanus in suo Fundam. pag. 97. & Marchettus in Ration. X. Conclus. pag. 13. asserunt, *diametros globorum parallelas planis declivibus esse lineas motuum non verò propensionum; ac solam diametrum normalem horizonti esse lineam propensionis, per quam globus exercet momenta in planis declivibus.*

Quia tamen globus descendens super plano declivi, partem suæ virtutis exercet per diametrum parallelam plano declivi, partem per diametrum normalem ipsi plano, nullam verò exercere potest per diametrum normalem horizonti ex prop. 40; patet, hanc diametrum non esse lineam propensionis, sed alias duas.

PRO-

PROPOSITIO XLIII.

MOmentum globi descendentis perpendiculariter, ad momentum globi æqualis descendentis super plano declivi, est ut gravitas totalis quæ existit in diametro globi normali ad horizontem,& exercet suum impetum, vel causando descensum perpendicularem, vel premendo potentiam applicatam illi diametro & impedientem illum descensum; ad gravitatem partialem quæ existit in diametro globi parallelâ ad planum declive, & exercet suum impetum, vel causando descensum super plano declivi, vel premendo potentiam applicatam illi diametro,& impedientem illum descensum.

Ex defin. 4. momentum totale globi descendentis, est impetus quo globus liberè descendit perpendiculariter. Momentum ejusdem globi descendentis super plano declivi, est impetus quo globus incumbens plano declivi, liberè descendit super plano declivi. Sed isti impetus oriuntur ex gravitate totali aut partiali, quæ causat descensus vel pressiones ex coroll. prop.42. Ergo momentum &c.

Corollarium.

ITaque jungendo hypothesim propositionis 23. cum hypothesi hujus propositionis, momentum globi 6. libr. descendentis super plano DM est bilibre, & æquatur gravitati bilibri, quæ existit in radio AG, & exercet suam virtutem vel premendo potentiam G, vel causando descensum super DM ex prop. 42. Momentum globi 6. libr. descendentis super plano EM est quadrilibre, & æquatur gravitati quadrilibri, quæ existit in radio AF, & exercet suam

virtutem aut premendo potentiam F, aut caufando defcéfum fuper EM.



Momentum 6. libr. globi defcendentis perpendiculariter, æquatur ipfi gravitati 6. libr. quæ exiftit in radio AP normali ad horizontem, & exercet fuam virtutem, vel premendo potentiam P, vel caufando defcenfum perpendicularem ex coroll. prop. 3.

PROPOSITIO XLIV.

SI in triangulis rectangulis æqualibus DNM, EOM, invicem fejunctis, hypotenufæ DM, EM fint plana inæqualiter declivia, bafes verò NM, OM fint parallelæ horizonti, & globi æquales liberè defcendant fuper planis DM, EM: momenta globorum defcendentium, ad momentum totale fingulorum, funt ut fui anguli elevationis DMN, EMO, ad rectum.

Juxta hypothefim propofitionum 23. & 43. & corollariorum utriufque, fi duo globi fint 6. libr. momentum unius defcendentis fuper plano DM eft bilibre; momentum alterius defcendentis fuper plano EM eft quadrilibre; momentum verò totale fingulorum eft 6. libr. Sed momentum bilibre ad momentum 6. libr. eft ut angulus elev. DMN 30. grad. ad angulum rectum, qui eft 90. grad. momentum quadrilibre ad momentum 6. libr. eft ut angulus elev. EMO 60. grad. ad rectum. Ergo momenta &c.

Præterea ex prop. 43. momentum globi A defcendentis fuper plano EM, ad momentum ejufdem globi defcendentis perpendiculariter, eft

est ut pars globi quæ premit potentiam F, impedientem descensum globi A, per applicationem ad lineam directionis FA, ad totum globum, qui premit potentiam P, impedientem descensum perpendicularem, per applicationem ad lineam directionis PA. Sed pars globi ad totum globum est ut angulus elevat. EMO ad rectum. Ergo momentum partiale ad totale est ut angulus elev. ad rectum.

Corollarium.

ITaque videmur attigisse scopum quem nobis præfiximus in hac Investigatione. Scilicet ut ex fundamentis æqualis evidentiæ cum propositione 6. Libri I. Æquipond. Archimedis, momenta descensuum indagaremus per momenta pressionum.

PROPOSITIO XLV.

IUxta hypothesim propositionis 44. momenta duorum globorum simul sumpta, sunt æqualia momento totali singulorum; partes verò globorum, quæ in descensibus premunt plana DM, EM, simul sumptæ, sunt æquales totali gravitati singulorum, sicut duo anguli tum elev. tum inclin. simul sumpti sunt æquales angulo recto.

Momentum bilibre globi 6. libr. descendentis super plano DM, unà cum momento quadrilibri globi 6. libr. descendentis super plano EM, conflat momentum 6. libr. sicut angulus elev. DMN 30. gr. unà cum angulo elev. EMO 60. gr. conflat angulum rectum. Pars quadrilibris unà cum parte bilibri, conflat gravitatem totalem 6. libr. ut angulus inclin. MDN 60. gr. unà cum angulo incl. MEO 30. gr. conflat

angu-

angulum rectum. Ergo tota propositio est manifesta.

PROPOSITIO XLVI.

IUxta hypothesim propositionis 44. momenta singulorum globorum descendentium, sunt reciproca gravitatum partialium, quæ in descensibus premunt plana declivia.

Si momentum sit bilibre, gravitas quæ premit planum est quadrilibris. Si illud sit quadrilibre, hæc est bilibris. Ergo &c. Præterea momentum globi descendentis, ex coroll. 2. prop. 23. & ex prop. 44. est ut angulus elevat. gravitas verò premens in descensu planum declive, est ex prop. 45. ut angulus inclin. Sed angulus elev. ex lemmate 3. est reciprocus anguli inclin. Ergo momentum globi descendentis est reciprocum gravitatis prementis planum. Adeoque momentum globi descendentis, & gravitas premens planum in descensu, sunt medietates totius gravitatis, si angulus elev. & inclin. sit semirectus.

Corollarium.

ITaque momentum unius globi descendentis, æquatur gravitati, quâ alius globus æqualis premit in descensu suum planum.

PROPOSITIO XLVII.

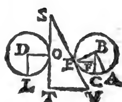
IUxta hypothesim propos. 44. momenta globorum æqualium descendentium super planis DM, EM, ad momentum totale singulorum, non sunt ut perpendicula DM, EO, ad planum DM.

Ex coroll. 1. lemmatis 3. latera EO, MN, sunt invicem æqualia; & ex coroll. 1. lemmatis 6. latera DM, MN, in directum posita, sunt

majora

majora hypotenusâ DM. Ergo si momenta duorum globorum æqualium, ad momentum totale singulorum, sint ut perpendicula DN, EO, ad planum DM, nimirum sint ut latera DN, MN, ad hypotenusam DM; momenta simul sumpta sunt majora momento totali. Atqui non sunt majora, sed sunt æqualia momento totali, ex prop. 45. Ergo non sunt ut perpendicula DN, EO, ad planum DM.

Scholion.



IUxta doctrinam A. Marchetti, de quâ in coroll. prop. 34. momenta globorum D & B descendentium, sunt ut rectæ ST, SV, quia sunt ut rectæ EF, DO. Sunt autem ut EF, DO, quia sunt composita ex gravitatibus & ex distantiis. Atqui ex prop. 34. momenta non sunt composita. Ergo non sunt ut EF, DO; neque ut ST, SV.



Juxta doctrinam Francisci Spoleti, qui Romæ ac Venetiis edidit opusculum *De momento gravis in plano inclinato*, si globus descendat super plano declivi DC, diameter globi NG parallela horizonti est vectis primi generis; fulcrum est perpendiculum FI ex contactu F, pondera sunt segmenta gravia NI, GI. Causa descensûs est excessus, quo momentum segmenti GI superat momentum segmenti NI, ac talis excessus est momentum globi super plano DC. Stantibus his, longo ac subtili progressu, ex doctrinâ si-

nuum

nuum ostendit Autor, momentum globi descendentis super plano DC ad momentum totale, esse ut rectam DA ad DC. Verùm, si cogitemus, globum insertum lineæ rigidæ DC liberè descendere, non datur contactus F, adeoque nec segmenta NI, GI. Ergo descensus non causatur ab excessu, quo momentum segmenti GI superat momentum segmenti NI. Præterea, docet Autor, momentum descensûs, unà cum momento gravitationis, quâ in ipso descensu premitur planum declive, æquari momento totali. Et ex propos. 41. momentum descensûs exercetur in diametro globi parallelâ ad planum declive, momentum gravitationis exercetur in diametro normali ad ipsum planum. Ergo descensus causatur a gravitate, quæ existit in diametro parallelâ ad planum declive; non verò ab excessu, quo momentum segmenti GI superat momentum segmenti NI.

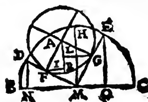
Juxta doctrinam V. Jordani, prop. 7. sui Fundamenti, si rectæ FD, FG sint æquales, ac triangula rectangula FED, ACB, sint similia, momentum globi D liberè descendentis super plano AB, ad totale, est ut recta FE ad FG,



ut FE ad FD, ut AC ad AB. Nam Autor concipit rectam FG uti vectem secundi generis, habentem pondus in E, fulcrum in F, potentiam in G. Adeoque Jordanus investigat momentum globi D per pondus, quod in illâ hypothesi sustinet potentia G. Atqui si diametri globorum æqualium congruerent cum lineis rigidis

gidis AC, AB, & globi eſsent liberi ad ſuos deſcenſus, potentia impediens deſcenſum perpendicularem applicanda eſset lineæ directionis AC, ut ſuſtineret pondus æquale momento globi. Ergo potentia impediens deſcenſum globi per lineam AB, applicanda eſt ipſi lineæ directionis AB, ut ſuſtineat pondus æquale momento globi. Et quidem Galileus, cujus doctrinam de momentis promovere ſatagit Jordanus, ita faceret, ut oſtenſum eſt in ſcholio propoſ. 26. Si autem potentiæ applicentur lineis directionis AC, AB; momentum globi D ut deſcendat ſuper plano AB, ad totale, eſt ut angulus B ad C, ex cor. prop. 25. & non datur vectis FG. Præterea menſuræ diſtantiarum FE, FG non ſunt lineæ rectæ, ut malè ſupponit Jordanus, ſed ſunt anguli, quos tria perpendicula faciunt in centro mundi, & arcus ex eodem centro, per ſcholion prop. 7. ac proportio inter arcus FG, FE, non eſt eadem cum proportione inter rectas AB, AC. Ergo per vectem FG nequit indagari deſcenſus globi D ſuper plano AB.

PROPOSITIO XLVIII.



SI globus ſuſtineatur a duobus planis normalibus DM, EM, momenta quibus globus deſcenderet ſuper planis DM, EM, ſimul ſumpta per intellectum, ſunt æqualia momento totali. Adeoque ſunt ut anguli elev. DMN, EMO; ac non ſunt ut perpendicula DN, EO.

Patet

Patet ex propos. 44. 45. & 47. adeoque ex duobus momentis semel componitur momentum globi totale per additionem imaginariam.

Scholion.



P. A. Adamandus in Consideratione Speciminis libri de momentis gravium, editâ Lipsiæ inter Acta Eruditorum anni 1685. supponit in triangulis rectangulis æqualibus DNM, MOE, latera esse rationalia, nimirum hypotenusas DM, EM, 5. latera EO, MN, 4. latera DN, MO, 3. sinum versum CO, 2. sinum versum BN, 1. Jam si gravitas totalis, ac momentum totale globi A sit libr. 5. idem Autor docet, momentum totale ad momenta partialia globi descendentis super planis DM, EM, esse ut sinum totum DM ad sinus rectos DN, EO; ac momentum totale globi æquari aggregato ex momentis descensuum & ex momentis pressionum, ita verò arguit. Momentum totale globi ad momentum descensûs super plano DM, sit ut DM 5. ad DN 3. Ergo pars globi quæ premit planum DM ad totale momentum, est ut 2. ad 5. Momentum idem totale globi ad momentum descensûs super EM, sit ut EM 5. ad EO 4. Ergo pars globi quæ premit planum EM, ad momentum totale, est ut 1. ad 5. Colligendo itaque in unum momenta descensuum & momenta pressionum; momentum totale ad momenta partialia descensuum super planis DM, EM, est ut bis 5, ad 3. plus 4. seu est ut 10. ad 7. & idem totale

totale momentum, ad momenta partialia pressionum, seu ad partes quæ premunt plana DM, EM, est ut bis 5. ad 2. plus 1. seu est ut 10. ad 3. Porrò in confirmationem hujus argumenti assumit Autor, a finibus rectis ac versis non exprimi quantitates absolutas, sed solam proportionem inter momenta, & inter partes quæ premunt plana declivia. Itaque in hac sententiâ comparatio inter momenta & inter partes quæ premunt plana declivia, facit ut momentum ac pondus totale 5. libr. evadat 10. libr. quod est impossibile.

Præterea libræ quæ non premunt planum EM, sed sunt momentum globi descendentis super EM sunt 4. Libræ quæ non premunt planum DM, sed sunt momentum globi descendentis super DM sunt 3. Libræ quæ premunt planum DM sunt 2. Libra quæ premit planum EM est 1. Atqui 4. non sunt 2. Ac 3. non sunt 1. Ergo momentum descensûs super plano EM, seu gravitas quæ non premit planum EM, non est gravitas quæ premit planum DM: momentum descensûs super plano DM, seu gravitas quæ non premit planum DM, non est gravitas quæ premit planum EM. Sed ista consequentia est evidenter falsa. Nam pars globi quæ non premit unum ex planis, premit aliud. Falsum est etiam assumptum Autoris, videlicet a finibus rectis ac versis non exprimi quantitates absolutas, sed solam proportionem momentorum ac partium quæ premunt plana declivia, ut ostendimus coroll. prop. 16. Ergo totum argumentum Autoris est falsum.

PRO-

PROPOSITIO XLIX.

SI plana declivia faciant angulum acutum, momenta quibus globi æquales descenderent super illis planis sejunctis, simul sumpta per intellectum, sunt majora momento totali.

Momentum globi descendentis super plano declivi ad momentum totale, est ut angulus elev. ad rectum ex prop. 45. Momenta verò globorum æqualium, descendentium super planis declivibus, sunt ut anguli elev. suorum planorum declivium, ex prop. 48. Sed si plana declivia faciant angulum acutum, duo anguli elev. quos plana faciunt cum horizonte, simul sumpti sunt majores angulo recto, ex coroll. 2. lemmatis 3. Ergo momenta quibus globi æquales descenderent super illis planis sejunctis, simul sumpta per intellectum sunt majora momento totali.

PROPOSITIO L.

SI plana declivia faciant angulum obtusum, momenta globorum æqualium, descendentium super illis planis sejunctis, simul sumpta per intellectum, sunt minora momento totali.

Patet ex prop. 49.

Corollarium.

ITaque si plana declivia faciant cum horizonte angulos æquales, angulus autem quem faciunt duo illa plana sit acutus; momenta duorum descensuum sunt æqualia, & simul sumpta per intellectum, sunt minora momento totali. Si angulus quem faciunt duo plana sit obtusus, momenta sunt minora momento totali. Et consequen-

sequenter, ad investiganda momenta descensuum per momenta pressionum reciprocè sumpta, quæ sustinentur a duobus planis declivibus, frustra adhibentur plana quæ non sint normalia.

PROPOSITIO LI.

MOmentum descensûs cujuscunque globi, est realiter distinctum a gravitate ipsius globi.

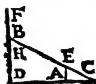
Idem globus, habens eandem gravitatem, potest exercere, vel momentum totale descendendo perpendiculariter, vel momentum partiale descendendo super plano declivi; vel potest non exercere momentum ullius descensûs, si videlicet globus detineatur omninò immotus. Ergo &c. Et consequenter, non solum momentum compositum ex gravitate ac distantiâ, sed etiam momentum solius gravitatis, distinguitur a gravitate. Nihilominus, momentum cujuslibet descensûs, est æquale gravitati quæ causat descensum, ut probatum est.

Scholion.

IMpulsus quo globus quiescens premit planum horizontale, aut globus descendens premit planum declive, est momentum pressionis. Similiter, impulsus illi, quibus globus premit duo plana declivia, sunt momenta pressionum. Quia verò, idem globus, habens eandem gravitatem, potest exercere unum vel alterum ex momentis pressionum, ac potest carere singulis, immò & omnibus, ut contingit dum globus descendit perpendiculariter; evidens est, momenta quoque pressionum distingui a gravitate. Unumquodque tamen horum mo-

mentorum, est æquale gravitati ex quâ procedit, ut dictum est.

PROPOSITIO LII.



SI una potentia trahat sursum perpendiculariter fila BD, BC, quæ transeant per foramen positum in B, & habeant in D & C pondera æqualia; violentiæ quas in ascensibus DH, CE, patiuntur pondera D & C, sunt ut angulus rectus D ad angulum elev. C; ac violentiæ, quas in ascensibus CE, BF, patiuntur pondus C & summitas sui fili, sunt æquales. Loquimur autem juxta hypothesim propositionis 26. & corollarii ejus 3.

Spatia BF, CE, DH, quæ decurruntur eodem tempore, a potentiâ trahente fila ex B in F, & a ponderibus C & D, ascendentibus in E & H, sunt æqualia ut est manifestum. Ex coroll. autem 2. prop. 26. pars ponderis C quæ premit in ascensu planum CB, ad partem quæ premit potentiam trahentem fila, est ut angulus inclin. ad angulum elev. plani CB: adeoque potentia trahens fila, sustinet pondus totale D, ac partem ponderis C, quæ ad pondus totale D, est ut angulus elev. C ad angulum rectum D. Ergo pondus D resistit ascensui DH totâ suâ gravitate; pondus verò C resistit ascensui CE parte gravitatis, quæ ad totam gravitatem D, est ut angulus elev. C ad rectum D. Sed violentiæ quas patiuntur pondera D & C in ascensibus DH, CE, sunt æquales gravitatibus, quæ resistunt illis ascensibus, ut est indubitatum; pondus autem C æquè resistit ascensui CE,

ac

ac fummitas fui fili refiftat afcenfui BF juxta hypothefim propof. 26. & cor. propof. 13. Ergo violentiæ &c.

Corollarium.

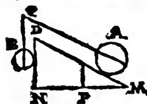
ITaque rectæ æquales CE, DH, BF, funt menfuræ velocitatum æqualium, quas habent pondera C & D, & potentia trahens fummitatem filorum, non autem funt menfuræ violentiarum æqualium, quas in fuis afcenfibus CE, DH, patiantur ipfa pondera C & D.

Scholion.

P. Cafatus lib. 1. Mechan. cap. 13. fupponens triangula rectangula BDC, EAC, efse fimilia, & rectas HD, EC, efse æquales, ita arguit. Momenta defcenfuum funt ut refiftentiæ ad afcenfus, adeoque funt ut violentiæ ipforum afcenfuum. Sed violentiam afcensûs obliqui CE, metitur ejus perpendiculum AE; ficut violentiam afcensûs perpendicularis DH, metitur ipfum perpendiculum DH: eft autem DH ad AE, ut EC ad EA, ut BC ad BD. Ergo momentum totale ad mom. fuper plano BC, eft ut recta BC ad BD. Eundem ferè difcurfum habet P. Efchinardus to. 1. Curfus mathem. Append. 4. Conftat autem ex dictis, primam partem minoris efse falfam, & argumentum ita effe formandum. Momenta defcenfuum per lineas BC, FD, funt ut violentiæ afcenfuum per lineas CB, DF. Sed hæ funt ut anguli C & D. Ergo & illa.

Ex his patet refponfio ad argumentum fimile illi, quod attulimus coroll. 3. propof. 26. & utrumque eft Galilei addit. pofthumâ ad Dial. III. Momentum globi A liberè defcendentis

super plano DM, ad momentum totale ipsius



descendentis perpendiculariter, est ut violentia, quâ globus A promovetur ex M in I, dum globus B trahitur deorsum ex D in N, ad violentiam quâ idem globus A æquali tempore promoveretur perpendiculariter ex N in D. Sed violentia ascensûs obliqui MI, ad violentiam ascensus perpendicularis, est ut perpendiculum PI ad ND. Ergo momentum ad momentum est ut recta IP ad DN seu ad IM; nimirum est ut sinus rectus DN ad sinum totum DM. Constat autem ex dictis, discursum ita esse formandum: momenta unius ponderis sunt ut violentiæ ascensuum ejusdem ponderis. Hæ sunt ut anguli M & N. Ergo & illa.

PROPOSITIO LIII.

Velocitas globorum inæqualium similiter descendentium, non sunt ut gravitates. Eandem tamen proportionem habent velocitates duorum globorum inæqualium, qui determinato tempore descendant super planis æqualiter declivibus, & velocitates eorundem globorum, qui tempore illi æquali descendant perpendiculariter.

Sit globus A decuplo gravior globo B, & ambo similiter descendant. Experientia docet, spatium quod globus A decurrit determinato tempore, exempli gratia uno minuto horæ, non esse decuplum spatii, quod uno minuto decurrit globus B; nec spatia decursa esse æqualia, sed unum esse paulo majus alio, ut ostendit

P. J. B.

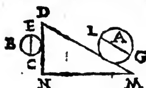
P. J. B. Ricciolius in Almagesto, Lib. IX. sect. IV. cap. 16. Sed spatia quæ decurruntur eodem tempore a duobus mobilibus, sunt ut eorum velocitates extra controversiam. Ergo velocitates globorum inæqualium similiter descendentium, non sunt ut gravitates.

Jam, si in descensibus perpendicularibus, spatia, quæ uno minuto decurruntur a globis A & B sint ut 21. ad 20. & supponamus, globos descendere super planis habentibus elevationem subtriplam elevationis perpendicularis, spatia quæ decurruntur uno minuto a globis A & B sunt subtripla spatiorum decursorum uno minuto ab eisdem globis descendentibus perpendiculariter, ut colligitur ex propos. 44. Ergo ex ratione permutatâ, eandem proportionem habent spatia quæ decurruntur determinato tempore a globis descendentibus super planis æqualiter declivibus, & spatia quæ decurruntur tempore illi æquali ab eisdem globis descendentibus perpendiculariter. Et consequenter, eandem proportionem habent velocitates duorum globorum, qui determinato tempore descendunt super planis æqualiter declivibus, & velocitates eorundem, qui tempore æquali descendant perpendiculariter.

PROPOSITIO LIV.

SI in hypothesi quòd globus B detineatur immotus per potentiam C applicatam diametro normali ad horizontem, globus verò A incumbens plano declivi DM detineatur immotus per potentiam G applicatam diametro parallelæ ad ipsum planum, æqualia sint pondera quæ premunt ipsas potentias; non propterea

si ablatis potentiis globi descendant, sunt æquales eorum velocitates.



Juxta hypothesim de quâ diximus propos. 25. globi B & A æquè premunt potentias C & G, quia pars globi A premens potentiam G est æqualis toti globo B prementi potentiam C. Si autem globi liberè descendant, descensus perpendicularis globi B minoris, est velocior descensu super plano declivi globi A majoris, ut docet experientia. Ergo &c.

Corollarium.

Itaque velocitates globorum B & A liberè descendentium, etiamsi oriantur ex gravitatibus æqualibus non sunt æquales.

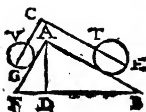
PROPOSITIO LV.

Si descensus globorum inæqualium B & A oriantur ex gravitatibus æqualibus, non propterea momenta eorundem globorum descendentium sunt æqualia.

Ex definitione 4. momenta sunt impetus quibus globi descendunt. Ergo momenta globorum inæqualium B & A descendentium non sunt æqualia, nisi impetus & velocitates ipsorum descendentium sint æquales. Atqui velocitates non sunt æquales ex coroll. prop. 54. Ergo nec momenta. Eodem modo, momenta globorum T & V propositionis 27. descendentium super planis AB, AF, non sunt æqualia.

Scho-

Scholion.



Ex his respondetur ad argumentum N. Tartaleæ Lib. VIII. Quæst. & Invent. diverſ. prop. 15. Momenta globorum T & V liberè deſcendentiũ ſunt æqualia, ſi quantum globus V eſt gravior ratione ſitûs, globus T ſit gravior ratione ſui. Sed ita contingit ſi pondera globorum T & V ſint ut longitudines planorum declivium AB, AF. Ergo in hac hypotheſi, momenta globorum T & V deſcendentium ſunt æqualia. Major corruit ex hac propoſ. minor verò ex propoſ. 27.

PROPOSITIO LVI.

Momenta globorum inæqualium ſimiliter deſcendentium non ſunt ut gravitates.

Si momenta eſſent ut gravitates, ubi globus A ſit decuplo gravior globo B, & ambo deſcendant perpendiculariter aut ſuper planis æqualiter declivibus, velocitas globi A eſſet decupla velocitatis globi B ex prop. 55. Sed hoc eſt falſum ex prop. 53. Ergo momenta non ſunt ut gravitates.

Corollarium.

Itaque velocitates nequeunt conſiderari niſi in globis æqualibus, vel adhibendo cautionem quam indicavimus prop. 53.

QUÆSTIONES

Ad Momenta Gravium spectantes.

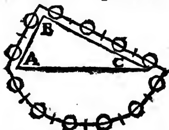
SI in fistulâ vitreâ ABC, quæ habeat uniformem ambitum & sit plena aquâ, brachium BC sit normale horizonti, brachium BA sit declive, ac fistulæ orificia immersa intra aliam aquam insistant lineæ ad horizontem parallelæ. Quæritur 1. an partes BA, BC aquæ, quas videmus manere suspensas intra fistulam habentem utrumque orificium apertum, maneant immotæ quia momenta earum sint æqualia?



Respondeo, partes BA, BC aquæ manere immotas, quæcunque sit figura fistulæ, seu quæcunque sit proportio inter momenta partium BA, BC aquæ. Prætereà, si fiat foramen in summitate fistulæ, quod præbeat ingressum novo aëri, tota aqua statim descendit; foramen autem non mutat momenta partium aquæ. Ergo ratio cur maneat suspensa, non est æqualitas momentorum: ac falsum est, datum iri motum perpetuum nisi momenta partium BA, BC aquæ sint æqualia, & sint ut rectæ BA, BC.

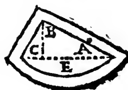
SI duobus planis declivibus inæqualibus BA, BC, quæ cum rectâ horizonti parallelâ AC faciant angulos inæquales acutos, incumbat torquis constans globulis, mole, pondere ac distantiâ invicem æqualibus. Quæritur

ritur 2. an torquis maneat immotus, quia partes ejus BC, BA habeant momenta æqualia?



Respondeo, torquem manere immotum, etiamsi addatur aliquod pondus uni ex partibus BA, BC. Ergo non manet immotus, quia momenta partium BC, BA sint æqualia.

Itaque Stevinus Lib.I.Staticæ prop.19. falsò putavit datum iri motum perpetuum, nisi partes BC, BA torquis haberent æqualia momenta.



SI in tubo vitreo ABCEA, pleno aquâ vel mercurio aliove liquore perfectè fluidis, latera inæqualia BA, BC faciant angulos acutos cum rectâ imaginariâ CA parallelâ horizonti. Quæritur 3. an liquor maneat omninò immotus in tubo perfectè clauso, quia partes BA, BC liquoris habeant momenta æqualia?

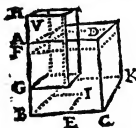
Respondeo totum liquorem manere immotum, quæcunque sit figura tubi, ac proportio inter partes BA, BC liquoris. Ergo &c.

Itaque Herigonius to. III. in Mechan. propos. 8. falsò putavit datum iri motum perpetuum in liquore, nisi partes BA, BC habeant momenta æqualia.

AN-

ANtequam proponatur ultima quæstio, demonstrare oportet sequens theorema. Si solidum V levius aquâ in specie,& ejusdem altitudinis cum vase ABCD detineatur immotum ab aliquâ potentiâ,itaut basis solidi tangat fundum vasis donec vas impleatur aquâ. Deinde removeatur potentia, ut descendente aquâ elevetur solidum. Elevatio solidi supra fundum vel summitatem vasis, ad depressionem aquæ circumfusæ ipsi solido, est ut basis aquæ ante ejus depressionem, ad basim solidi.

Sit vas ABCD, cujus latus BC 4. altitudo BA similiter 4. adeoque basis quadrata BK sit 16. soliditas AK sit 64. Intra illud vas sit solidum parallelepipedum V, cujus latus BE 2. altitudo BA 4. æqualis altitudini vasis; adeoque basis quadrata BI solidi sit 4. soliditas AI, 16.

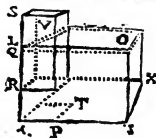


Si solidum intra vas insistat basi BI & habeat aquam circumfusam ad altitudinem BA ipsius solidi & vasis;basis EK aquæ 12. ad basim BI solidi 4. est ut 3. ad 1. Rursus si gravitas specifica solidi sit subdupla gravitatis specificæ aquæ (nimirum si aqua æqualis in mole ipsi solido, habeat gravitatem absolutam, duplam gravitatis absolutæ ipsiusmet solidi) & aqua sinatur descendere & elevare solidum ; medietas FH solidi quæ est 8. extabit supra aquam. Quum autem complexum ex aquâ & ex solido esset 64. detractâ medietate FH, seu detractis

8. ex

8. ex 64. complexum ex aquâ & ex reliquâ medietate FG solidi demersâ intra aquam, est 56. Dividatur 56. per 16. videlicet per basim quadratam BK vasis, fiunt $3\frac{1}{2}$ hæc autem est altitudo FB aquæ post ejus depressionem ob solidum elevatum. Itaque elevatio solidi supra fundum vasis est GB $1\frac{1}{2}$ (cui æqualis est elevatio HA supra summitatem AD vasis) depressio aquæ est AF $\frac{1}{2}$ & elevatio GB vel HA solidi ad depressionem AF aquæ est ut 3. ad 1. Proinde elevatio GB vel HA solidi, ad depressionem AF aquæ, est ut basis EK aquæ, ad basim BI solidi. Adeoque non elevatio HF solidi supra aquam, sed elevatio GB solidi supra fundum vasis, aut elevatio HA supra summitatem AD vasis, ad depressionem AF ipsius aquæ, est ut basis EK aquæ ad basim BI solidi. Hoc theorema est secunda propositio Galilei de Innatantibus editionis secundæ, sed clariùs demonstrata.

Idipsum alio exemplo sic ostenditur. Sit vas LMNO, cujus latus MN 6. altitudo ML 4. ut in alio vase. Adeoque basis quadrata MX sit 36. soliditas LX 144. Intra vas sit solidum æquale alteri. Si solidum intra vas insistat basi MT, & reliquum vasis sit plenum aquâ; basis PX aquæ 32. ad basim MT solidi 4. est ut 8. ad 1. Si autem solidum sinatur elevari ab aquâ, medietas QS solidi quæ est 8.

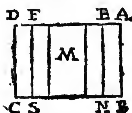


exta-

extabit supra aquam; detractisque 8. ex 144. complexum ex aquâ & ex medietate solidi demersâ intra aquam est 136. Dividatur 136. per 36. fiunt $3\frac{7}{9}$ hæc autem est altitudo MQ aquæ post ejus depressionem ob solidum elevatum. Itaque elevatio solidi supra fundum vasis est RM $1\frac{7}{9}$ (cui æqualis est elevatio SL supra summitatem LO vasis) depressio aquæ est LQ $\frac{2}{9}$ Et elevatio RM aut SL solidi, ad depressionem LQ aquæ, est ut 8. ad 1. adeoque est ut basis PX aquæ ad basim MT solidi.

Ex his constat depressionem AF aquæ ad depressionem LQ esse ut 9. ad 4. basim verò EK ad basim PX esse ut 3. ad 8. Ergo depressiones in duplici vase non sunt reciprocæ basium, & ex 32. XI. non sunt reciprocæ molium & gravitatum utriusque aquæ.

His positis quærimus 4. an sint veræ assertiones quæ continentur in sequentibus verbis Operis citati de Innatantibus. Dum attollitur solidum M, *elevatio solidi* (supra fundum aut summitatem vasis) *ad depressionem aquæ circumfusæ ENSF, habet eandem proportionem quam basis ipsius aquæ ad basim solidi. Sed basis solidi ad basim aquæ AD, habet eandem proportionem quam depressio aquæ AC ad elevationem solidi M. Ergo ex proportione perturbata, dum attollitur solidum M, depressio aquæ ABCD ad depressionem aquæ ENSF, habet eandem proportionem quam habet basis aquæ EF ad basim aquæ AD, seu quam habet*



habet tota moles aquæ ENSF ad totam molem aquæ ABCD, quum illæ moles sint æquè altæ. Est igitur manifestum, quomodo in extrusione & elevatione solidi M, aqua ENSF tantundem superet in velocitate motus aquam ABCD, quantum ab ea superatur in velocitate: iccircò momenta earum in tali operatione sunt æqualia.

Respondeo primum consequens in argumento Autoris esse falsum ex theoremate ipsius & nostro, ac præterea falsam esse consequentiam & minorem, ac non dari locum discursui ex ratione perturbatâ. Quia in hac, sex tantum termini debent reperiri ex 23. V. Element. ut apparet ex hoc diagrammate.

A B E F C D

Ut A ad B ita C ad D.

Sed ut B ad E ita F ad C. Ergo ex ratione perturbatâ

ut A ad E ita F ad D.

In argumento autem termini sunt septem; videlicet

1 A Basis aquæ minoris.	4 D Descensus aquæ minoris.
2 B Basis solidi.	5 E Basis aquæ majoris.
3 C Elevatio solidi in aquâ minori.	6 F Descensus aquæ majoris.
	7 Elevatio solidi in aquâ majori.

Itaque in minori argumenti elevatio solidi in aquâ majori, confunditur cum elevatione in aquâ minori; quum elevationes illæ distinguendæ sint, utpote diversæ. Plæraque horum ad quæstionem 4. spectantium, decerpsi ex literis Flo-

Florentiâ ſcriptis. A 1619. ad P. Chriſtophorum Griembergerum a D. Richardo de Burgo Hiberno, & ex reſponſionibus Griembergeri.

LAUS DEO.



ERRATA.

Pag. 46. *verſu* 21. *deleatur* v

Pag. 57. *verſu* 28. XIX. lege XXI.

